

第 8 章: アナログ・フィルタ

8.1: はじめに	8.1
8.2: 伝達関数	8.5
s 平面	8.5
F_o と Q	8.7
ハイパス・フィルタ	8.8
バンドパス・フィルタ	8.9
バンドリジェクト (ノッチ) フィルタ	8.10
オールパス・フィルタ	8.12
位相応答	8.14
非線形位相の影響	8.16
8.3: 時間領域の応答	8.19
インパルス応答	8.19
ステップ応答	8.20
8.4: 標準的な応答	8.21
バターワース・フィルタ	8.21
チェビシェフ・フィルタ	8.21
ベッセル・フィルタ	8.23
等リップル誤差の線形位相フィルタ	8.24
トランジショナル・フィルタ	8.24
全極フィルタの応答の比較	8.25
楕円フィルタ	8.26
チェビシェフの阻止帯域を持ち遅延が最大限平坦なフィルタ	8.27
逆チェビシェフ・フィルタ	8.27
プロトタイプの応答曲線の使用方法	8.29
応答曲線	
バターワース・フィルタの応答	8.31
0.01 dB チェビシェフ・フィルタの応答	8.32
0.1 dB チェビシェフ・フィルタの応答	8.33
0.25 dB チェビシェフ・フィルタの応答	8.34
0.5 dB チェビシェフ・フィルタの応答	8.35
1 dB チェビシェフ・フィルタの応答	8.36
ベッセル・フィルタの応答	8.27
等リップル誤差が 0.05° の線形位相フィルタの応答	8.38
等リップル誤差が 0.5° の線形位相フィルタの応答	8.39
ガウス特性から 12 dB 減衰するフィルタの応答	8.40
ガウス特性から 6 dB 減衰するフィルタの応答	8.41

8.4: 標準的な応答（続き）

設計表

バターワース・フィルタの設計表	8.42
0.01 dB チェビシェフ・フィルタの設計表	8.43
0.1 dB チェビシェフ・フィルタの設計表	8.44
0.25 dB チェビシェフ・フィルタの設計表	8.45
0.5 dB チェビシェフ・フィルタの設計表	8.46
1 dB チェビシェフ・フィルタの設計表	8.47
ベッセル・フィルタの設計表	8.48
等リップル誤差が 0.05° の線形位相フィルタの設計表	8.49
等リップル誤差が 0.5° の線形位相フィルタの設計表	8.50
ガウス特性から 12 dB 減衰するフィルタの設計表	8.51
ガウス特性から 6 dB 減衰するフィルタの設計表	8.52

8.5: 周波数変換 8.55

ローパスからハイパスへの変換	8.55
ローパスからバンドパスへの変換	8.56
ローパスからバンドリジェクト（ノッチ）への変換	8.59
ローパスからオールパスへの変換	8.61

8.6: フィルタの実現方法 8.63

単極の RC セクション	8.64
パッシブ LC セクション	8.65
積分器	8.67
汎用インピーダンス変換器	8.68
アクティブ・インダクタ	8.69
周波数依存性負性抵抗（FDNR）	8.70
サレンキー・フィルタ	8.72
多重帰還フィルタ	8.75
状態変数フィルタ	8.77
バイクウッド・フィルタ	8.79
デュアル・アンプ・バンドパス（DAPB）フィルタ	8.80
ツイン T ノッチ・フィルタ	8.81
バインター・ノッチ・フィルタ	8.82
ボクター・ノッチ・フィルタ	8.83
1 - BP（1 - バンドパス）ノッチ・フィルタ	8.85
1 次オールパス・フィルタ	8.86
2 次オールパス・フィルタ	8.87

8.6: フィルタの実現方法（続き）

設計式

単極フィルタの設計式	8.88
サレンキー・ローパス・フィルタの設計式	8.89
サレンキー・ハイパス・フィルタの設計式	8.90
サレンキー・バンドパス・フィルタの設計式	8.91
多重帰還ローパス・フィルタの設計式	8.92
多重帰還ハイパス・フィルタの設計式	8.93
多重帰還バンドパス・フィルタの設計式	8.94
状態変数フィルタの設計式	8.95
バイクウッド・フィルタの設計式	8.98
デュアル・アンプ・バンドパス・フィルタの設計式	8.100
ツイン T ノッチ・フィルタの設計式	8.101
バインター・ノッチ・フィルタの設計式	8.102
ボクター・ノッチ・ローパス・フィルタの設計式	8.103
ボクター・ノッチ・ハイパス・フィルタの設計式	8.104
1 次オールパス・フィルタの設計式	8.106
2 次オールパス・フィルタの設計式	8.107

8.7: フィルタ実装の実際的な問題 8.109

受動部品（抵抗、コンデンサ、インダクタ）	8.109
フィルタの能動部品（オペアンプ）の制約	8.114
入力容量の変化による歪み	8.115
Q ピーキングと Q エンハンスメント	8.117

8.8: 設計例 8.121

アンチエイリアシング・フィルタ	8.121
フィルタの変換	8.128
CD 用再構成フィルタ	8.134
デジタル設定可能な状態変数フィルタ	8.137
60 Hz ノッチ・フィルタ	8.141

参考資料 8.143

■ ベーシック・リニア・デザイン

アナログ・フィルタ

8 章: アナログ・フィルタ

8.1: はじめに

フィルタは、周波数にかかわる方法で信号を処理する回路網です。フィルタの基本概念は、コンデンサやインダクタのインピーダンスの周波数依存性を検証することによって説明できます。シャント側がリアクティブ・インピーダンスの分圧器を考えてみます。周波数が変化すると、リアクティブ・インピーダンスの値が変化し、分圧器の比率も変化します。このメカニズムは、入出力の伝達関数に周波数による変化を生じ、周波数応答と定義されます。

フィルタは実際、多くの場面で応用されています。シンプルな単極ローパス・フィルタ（積分器）は通常、過度の位相シフトにより発振を生じる可能性がある高い周波数でのゲインをロールオフすることによってアンプを安定化するのに使用されます。

また、シンプルな単極ハイパス・フィルタを使って、ゲインの高いアンプや単電源回路の DC オフセットをブロックすることができます。フィルタを使って、通過させる信号と減衰させる不要な周波数の信号を分離することができます。

この一例が無線レシーバで、処理対象の信号を通過させ、一般に増幅もし、それ以外の信号を減衰させます。データ変換では、フィルタは A/D システムでエイリアスの影響を除去するためにも使われます。これらは D/A の出力での信号の復元にも使われ、サンプリング周波数やその高調波などの高い周波数成分を除去し、波形を平滑化します。

フィルタ理論に特化した解説書は数多くあるため、数学を基調とするもの、つまりラプラス変換、複素共役極などの計算に関する説明は最小限にしておきます。

これらはフィルタの効果や安定性の検証を説明するのに適していますが、多くの場合、周波数領域の機能を検証したほうがより明らかになります。

理想的なフィルタは、対象となる周波数（通過帯域）では振幅応答がユニティ（つまり、固定ゲイン）になり、それ以外の周波数（阻止帯域）ではゼロになります。この応答が通過帯域から阻止帯域に切り替わる周波数を**カットオフ周波数**と呼びます。

理想的なローパス・フィルタを図 8.1 (A) に示します。このフィルタでは、低い周波数が通過帯域で、高い周波数が阻止帯域になります。

ローパス・フィルタの相補的機能を持つものがハイパス・フィルタです。このフィルタでは、低い周波数が阻止帯域で、高い周波数が通過帯域になります。理想的なハイパス・フィルタを図 8.1 (B) に示します。

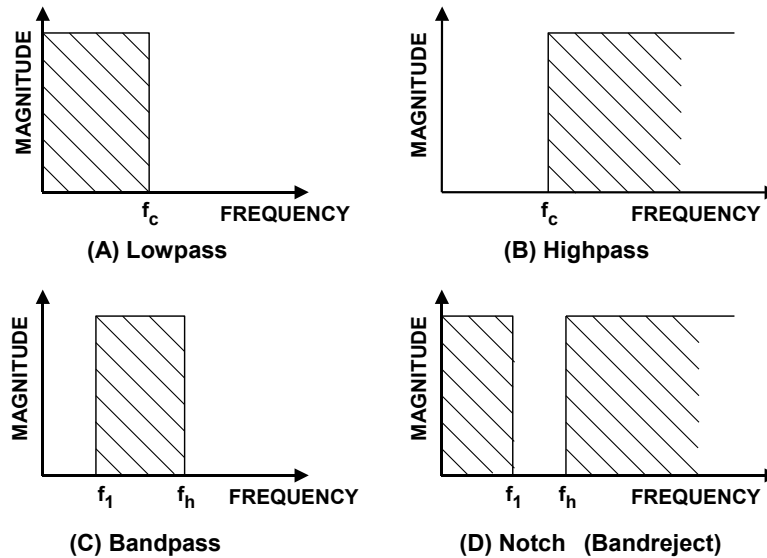


図 8.1: 理想的なフィルタの応答

ハイパス・フィルタとローパス・フィルタをカスケード接続すると、バンドパス・フィルタが形成されます。バンドパス・フィルタは、下側のカットオフ周波数 f_l と上側のカットオフ周波数 f_h の間の帯域の周波数を通過させます。 f_l より低い周波数と f_h より高い周波数は阻止帯域になります。理想的なバンドパス・フィルタを図 8.1 (C) に示します。

バンドパス・フィルタの相補的機能を持つものがバンドリジェクト（ノッチ）フィルタです。このフィルタでは、 f_l より低い周波数と f_h より高い周波数が通過帯域に含まれ、 f_l と f_h の間の周波数は阻止帯域になります。ノッチ・フィルタの応答を図 8.1 (D) に示します。

残念ながら、上に示した理想的なフィルタは容易には実現できません。通過帯域から阻止帯域へは瞬時に移行せず、遷移領域が存在します。阻止帯域での減衰量は無限大ではありません。

実際のフィルタの 5 つのパラメータを図 8.2 に示します。

カットオフ周波数 (F_c) は、フィルタの応答が誤差帯域から外れる周波数（つまり、バターワース応答の -3 dB ポイント）です。阻止帯域周波数 (F_s) は、阻止帯域の減衰量が最小値に達する周波数です。通過帯域のリップル (A_{max}) は通過帯域の応答の変動（誤差帯域）です。通過帯域の最小減衰量 (A_{min}) は阻止帯域内の最小信号減衰量を示します。フィルタの急峻さはフィルタの次数 (M) によって決まります。この次数 M は伝達関数の極の数でもあります。極は伝達関数の分母の根です。逆に、ゼロは伝達関数の分子の根です。1 つの極は -6 dB/オクターブ、つまり -20 dB/ディケードの応答を与えます。

1 つのゼロは $+6 \text{ dB/オクターブ}$ 、つまり $+20 \text{ dB/ディケード}$ の応答を与えます。

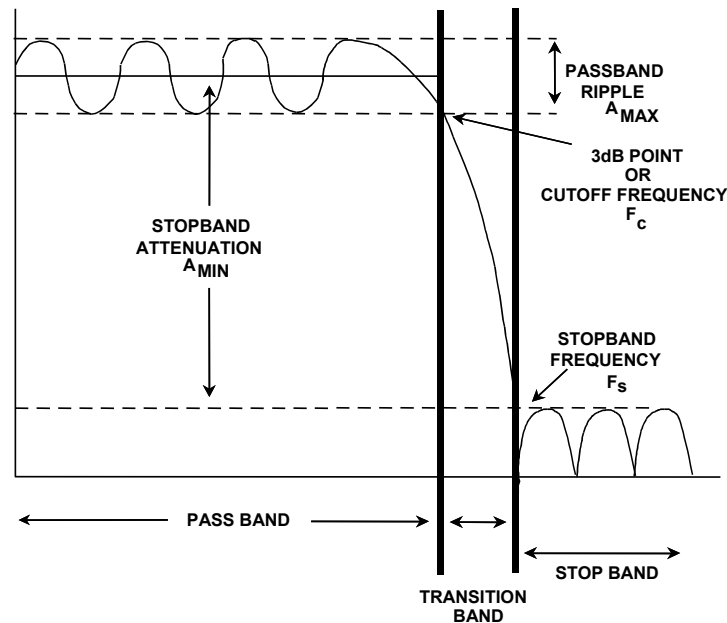


図 8.2: フィルタの主要なパラメータ

全てのフィルタがこれらの特性を持つとは限らないことに注意してください。例えば、全てが極の構成（つまり、伝達関数にゼロがない）では阻止帯域内にリップルは存在しません。バターワース・フィルタやベッセル・フィルタは、通過帯域内にリップルが存在しない全てが極のフィルタの例です。

通常、上記のパラメータの 1 個または複数個は可変です。例えば、ADC のアンチエイリアシング（折返し誤差防止）フィルタを設計する場合、カットオフ周波数（通過させたい最大周波数）、阻止帯域周波数（一般的にナイキスト周波数（サンプリング・レートの半分））、および必要な最小減衰量（システムの分解能またはダイナミック・レンジによって決まる）を想定します。次いで、図表またはコンピュータ・プログラムを使って、フィルタの次数、 F_0 、 Q などのその他のパラメータを決めます。これらのパラメータにより、各セクションのピーキングや部品の値が決まります。

また、フィルタは信号の振幅だけでなく、位相にも影響を与えることに注意する必要があります。例えば、単極のセクションはクロスオーバー周波数で 90° の位相シフトを生じます。1 つの極対はクロスオーバー周波数で 180° の位相シフトを生じます。フィルタの Q から位相の変化率が求められます。このことについては、次のセクションで詳しく説明します。

注記:

8.2: 伝達関数

s 平面

コンデンサやインダクタのインピーダンスは周波数によって変化するため、フィルタは周波数に依存した応答をします。したがって複素インピーダンスは、

$$Z_L = s L \quad \text{および} \quad \text{式 8-1}$$

$$Z_C = \frac{1}{s C} \quad \text{式 8-2}$$

を使ってインダクタとコンデンサのインピーダンスをそれぞれ表します。

$$s = \sigma + j\omega \quad \text{式 8-3}$$

ここで、 σ はネーパ／秒 (NP/s) が単位のネーパ周波数で、 ω はラジアン／秒 (rad/s) が単位の角周波数です。

標準的な回路解析手法を使って、フィルタの伝達関数を求めることができます。これらの手法にはオームの法則、キルヒホッフの電圧の法則と電流の法則、およびそれらの重ね合わせが組み込まれており、インピーダンスが複素数であることに注意してください。この伝達関数は次のようになります。

$$H(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad \text{式 8-4}$$

ここで、 $H(s)$ は、分子が m 次の実数係数で分母が n 次の実数係数の有理関数です。分母の次数はフィルタの次数になります。この式の根を解くと、回路の極（分母側）とゼロ（分子側）が求められます。1 つの極は -6 dB/オクターブ 、つまり -20 dB/ディケード の応答を与えます。1 つのゼロは $+6 \text{ dB/オクターブ}$ 、つまり $+20 \text{ dB/ディケード}$ の応答を与えます。これらの根は実数または複素数で得られます。それらが複素数の場合には、共役対の根となります。これらの根を、水平軸が σ (実数軸) で垂直軸が $j\omega$ (虚数軸) の s 平面 (複素平面) 上にプロットすることができます。これらの根の s 平面上での分布状態から、その回路について多くのことがわかります。回路を安定させるためには、全ての極が平面の左側になければなりません。 s 平面の原点にゼロが存在する場合、分子にゼロがあるということで、そのフィルタは DC に応答しないハイパスまたはバンドパス・フィルタです。

図 8.3 のような RLC 回路を考えます。分圧器の概念を用いると、抵抗両端の電圧は次式で表すことができます。

$$H(s) = \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{RCs}{LCs^2 + RCs + 1} \quad \text{式 8-5}$$

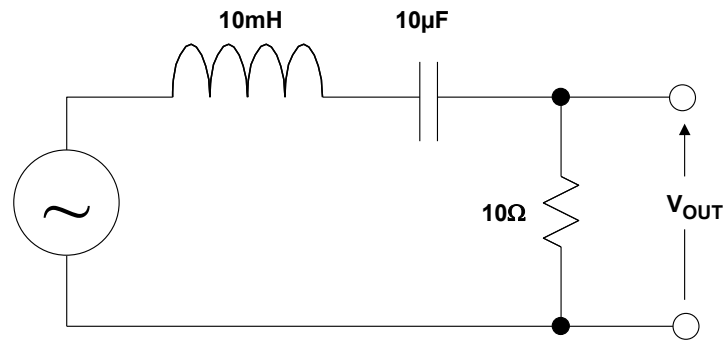


図 8.3: RLC 回路

部品の値を式に代入すると、次のようになります。

$$H(s) = 10^3 \times \frac{s}{s^2 + 10^3 s + 10^7} \quad \text{式 8-6}$$

$$H(s) = 10^3 \times \frac{s}{[s - (-0.5 + j 3.122) \times 10^3] \times [s - (-0.5 - j 3.122) \times 10^3]} \quad \text{式 8-7}$$

この式を要因分解して正規化すると、次のようになります。

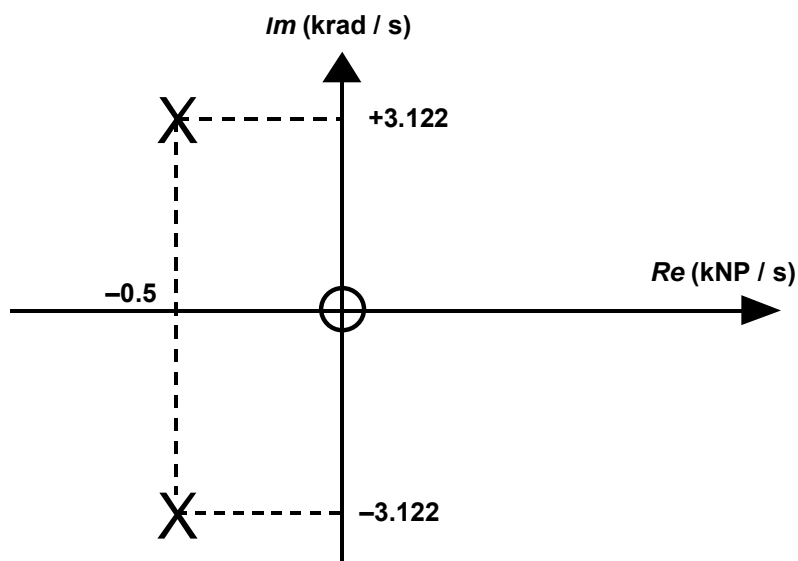


図 8.4: s 平面にプロットした極とゼロ

この式から s 平面の原点にゼロがあり、以下の極対があることがわかります。

$$s = (-0.5 \pm j3.122) \times 10^3 \quad \text{式 8-8}$$

次に、これらのポイントを図 8.4 に示す s 平面にプロットします。

ここまでは数学的な考察です。多くの場合、興味の対象は実際のアプリケーションでの回路の動作にあります。 s 平面での検討が十分に適切なときは、多くの場合、ネーパ周波数や虚数周波数の観点から考えることはありません。

F₀ と Q

s 平面での検討が適切ではないとすると、これまで検討したことはどのような意味を持つのでしょうか。その答えは、実際において非常に重要な 2 つの概念、F₀ と Q に対する基本的な検討をしてきたことです。

F₀ はフィルタのカットオフ周波数です。

これは一般的に、応答が通過帯域から 3 dB 低下する周波数と定義されています。場合によっては、通過帯域から外れる周波数と定義されることもあります。例えば、0.1 dB チェビシェフ・フィルタは、応答が 0.1 dB 以上低下する周波数に F₀ を持つことができます。

減衰曲線の形状は、フィルタの時間領域の応答を規定する位相曲線や遅延曲線と同様に、実際の周波数そのものではなく、実際の周波数のカットオフ周波数に対する比率を調べたものになります。フィルタを 1 rad/s に正規化することで、フィルタの設計や比較用のシンプルなシステムを作ることができます。ここで、フィルタはカットオフ周波数によってスケーリングされ、実際のフィルタの部品の値が決まります。

$$\alpha = \frac{1}{Q} \quad \text{式 8-9}$$

Q はフィルタの「クオリティ・ファクタ」です。 α を用いて次のように表すこともあります。

これは一般にダンピング比と呼ばれ、 ξ 次のように表すこともあります。

$$\xi = 2\alpha \quad \text{式 8-10}$$

Q が 0.707 より大きいと、フィルタ応答にピーキングが生じます。Q が 0.707 より小さいと、F₀ でのロールオフが大きくなり、その勾配は緩やかなものとなり、早めに始まります。2 極ローパス・フィルタのピーキングの大きさと Q の関係を図 8.5 に示します。

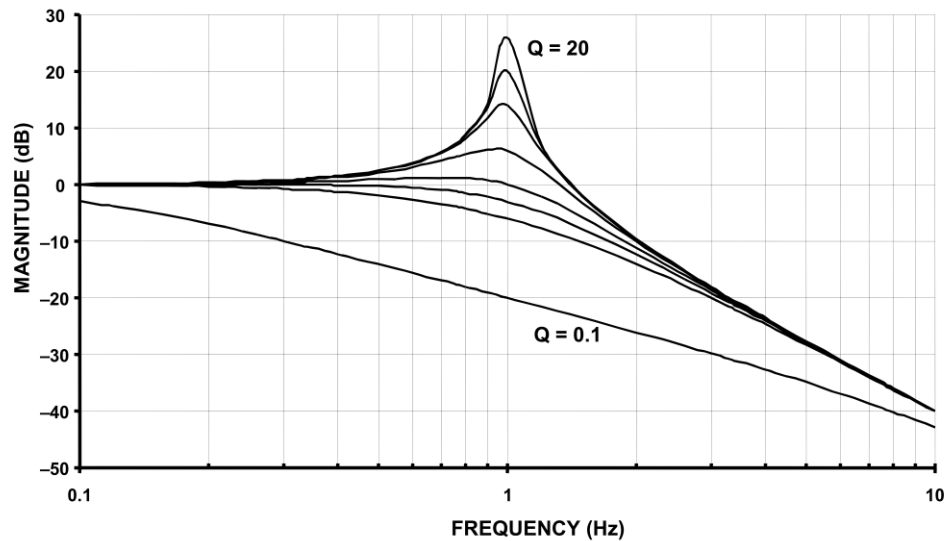


図 8.5: ローパス・フィルタのピーキングと Q の関係

伝達関数 $H(s)$ を ω_0 と Q を使って書き換えると次のようになります。

$$H(s) = \frac{H_0}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad \text{式 8-11}$$

ここで、 H_0 は通過帯域のゲインで、 $\omega_0 = 2\pi F_0$ です。

これが、フィルタの設計に用いられるローパス・プロトタイプです。

ハイパス・フィルタ

ローパス・プロトタイプの伝達関数の分子 $H(s)$ を $H_0 s^2$ に変更すると、ローパス・フィルタがハイパス・フィルタになります。ハイパス・フィルタの応答は、周波数を反転しただけで、ローパス・フィルタの形と同様になります。

ハイパス・フィルタの伝達関数は次のようになります。

$$H(s) = \frac{H_0 s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad \text{式 8-12}$$

2 極ハイパス・フィルタの応答特性を図 8.6 に示します。

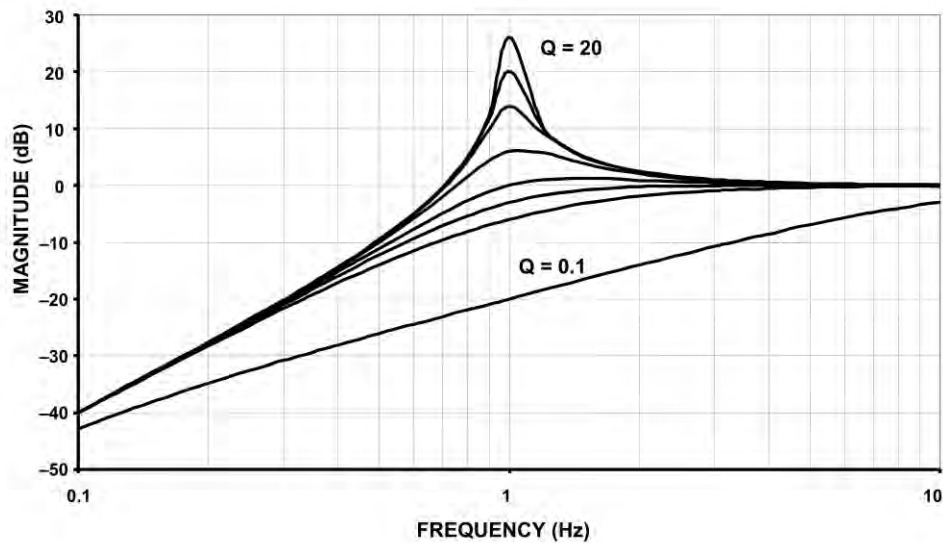


図 8.6: ハイパス・フィルタのピーキングと Q の関係

バンドパス・フィルタ

ローパス・プロトタイプを $H_0\omega_0^2$ に変更すると、フィルタの機能がバンドパスになります。バンドパス・フィルタの伝達関数は次のようになります。

$$H(s) = \frac{H_0\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \quad \text{式 8-13}$$

ω_0 は、フィルタのゲインがピークになる周波数 ($F_0 = 2\pi\omega_0$) です。

H_0 は回路のゲインで、次のように求められます。

$$H_0 = H/Q \quad \text{式 8-14}$$

バンドパスの応答に対して、 Q は特別の意味を持ちます。これはフィルタの選択特性で、次のように規定されます。

$$Q = \frac{F_0}{F_H - F_L} \quad \text{式 8-15}$$

ここで、 F_L と F_H は応答が最大値から 3 dB 低下する周波数です。

フィルタの帯域幅 (BW) は次式で表されます。共振周波数 (F_0) は F_L と F_H の相乗平均で、

$$BW = F_H - F_L \quad \text{式 8-16}$$

F_0 が対数軸の F_L と F_H の中間の位置になることがわかります。

$$F_0 = \sqrt{F_H F_L} \quad \text{式 8-17}$$

また、バンドパス応答の裾は対数軸で F_0 を中心に常に対象になることに注意してください。

Q のさまざまな値に対するバンドパス・フィルタの応答特性を図 8.7 に示します。

ここで注意すべきことがあります。バンドパス・フィルタは 2 つの異なる考え方で定義することができます。上記の狭帯域の場合は古典的な定義です。

しかし、高域と低域のカットオフ周波数が大きく離れている場合、バンドパス・フィルタはハイパスとローパスの別々のセクションから構成されます。ここで、周波数が大きく離れているということは少なくとも 2 オクターブ離れていることを意味します（周波数 $\times 4$ ）。これは広帯域の場合です。

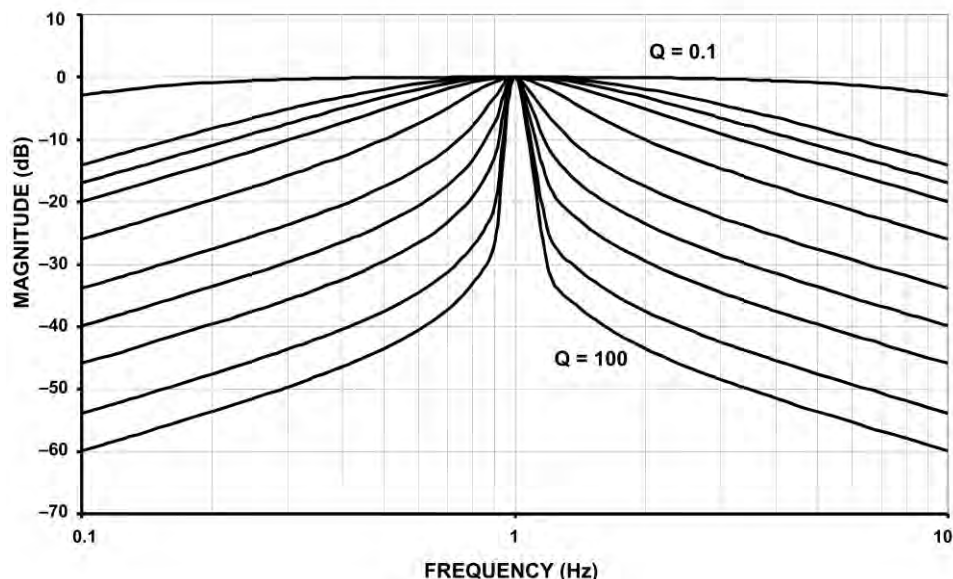


図 8.7: バンドパス・フィルタのピーキングと Q の関係

バンドリジェクト（ノッチ）フィルタ

伝達関数の分子を $s^2 + \omega_z^2$ に変更すると、バンドリジェクト・フィルタ、つまりノッチ・フィルタになります。バンドパス・フィルタの場合のように、バンドリジェクト・フィルタのコーナー周波数が 1 オクターブ以上離れていると（広帯域の場合）、このフィルタはローパスとハイパスの別々のセクションから構成することができます。ここでは以下の表記を採用します。狭帯域のバンドリジェクト・フィルタをノッチ・フィルタと呼び、広帯域のバンドリジェクト・フィルタをバンドリジェクト・フィルタと呼ぶことにします。

ノッチ（バンドリジェクト）の伝達関数は次のとおりです。

$$H(s) = \frac{H_0 (s^2 + \omega_z^2)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \quad \text{式 8-18}$$

ノッチ・フィルタには 3 種類の特性があります。これらを図 8.8 に示します。極周波数 ω_0 とゼロ周波数 ω_z の関係により、フィルタの特性が標準ノッチ、ローパス・ノッチ、ハイパス・ノッチのいずれになるかが決まります。

ゼロ周波数が極周波数に等しいと、標準ノッチとなります。この場合、ゼロは $j\omega$ 平面上の極周波数を規定する曲線が軸と交差する点に存在します。

ゼロ周波数が極周波数より高いと、ローパス・ノッチとなります。この場合、 ω_z は極周波数の曲線の外側に存在します。これが実際に意味することは、

フィルタの応答は ω_z より下の周波数の方が ω_z より上の周波数より大きくなるということです。これは楕円ローパス・フィルタの特性になります。

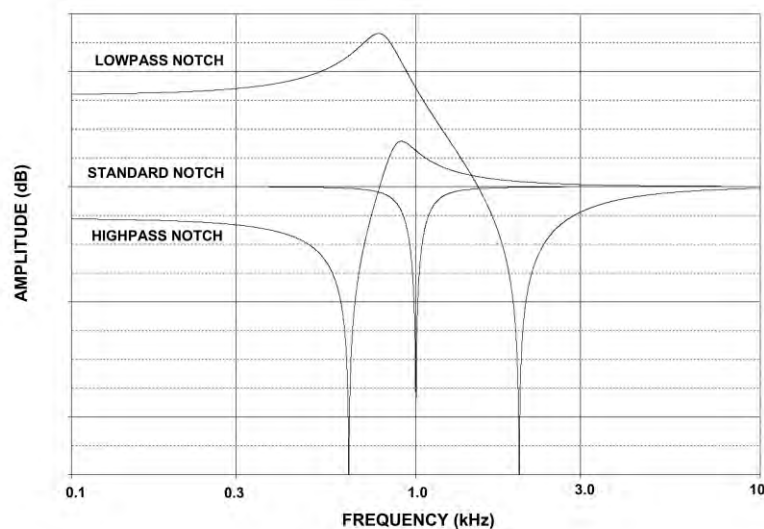


図 8.8: 標準、ローパス、ハイパスのノッチ特性

ゼロ周波数が極周波数より低いと、ハイパス・ノッチ・フィルタとなります。この場合、 ω_z は極周波数の曲線の内側に存在します。これが実際に意味することは、フィルタの応答は ω_z より下の周波数の方が ω_z より上の周波数より小さくなるということです。これは楕円ハイパス・フィルタの特性になります。

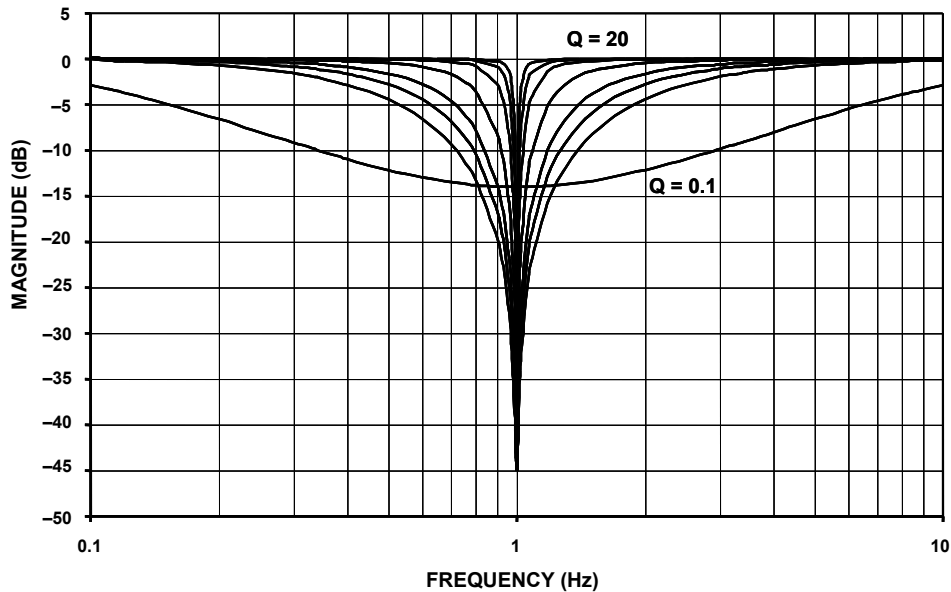


図 8.9: さまざまな Q 値に対するノッチ・フィルタの幅と周波数の関係

Q に対するノッチ・フィルタの幅の変化を図 8.9 に示します。

オールパス・フィルタ

信号の振幅には影響を与えずに位相をシフトするというもう 1 つのタイプのフィルタがあります。

このタイプのフィルタをオールパスと呼びます。このフィルタの目的は回路の応答に位相シフト（遅延）を加えることです。オールパス・フィルタの振幅応答は全ての周波数でユニティです。しかし、位相応答は、周波数をゼロから無限大まで掃引したときに 0° から 360° まで変化します。オールパス・フィルタの目的は位相等化を行うことで、一般にパルス回路に使われます。このフィルタは抑圧搬送波単側波帯（SSB-SC）の変調回路にも応用されています。

オールパス・フィルタの伝達関数は次のようになります。

$$H(s) = \frac{s^2 - \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} \quad \text{式 8-19}$$

オールパス・フィルタの伝達関数は次のように合成できることに注目してください。

$$H_{AP} = H_{LP} - H_{BP} + H_{HP} = 1 - 2H_{BP} \quad \text{式 8-20}$$

図 8.10 は各種のフィルタを比較したものです。

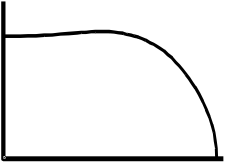
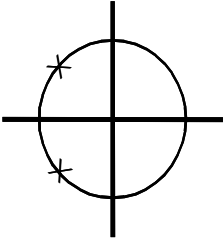
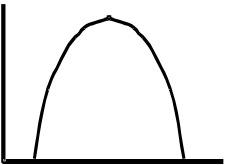
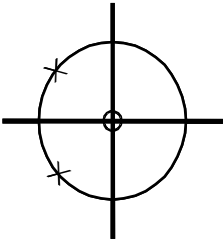
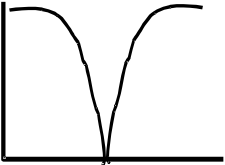
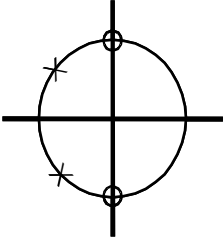
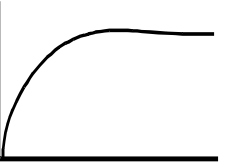
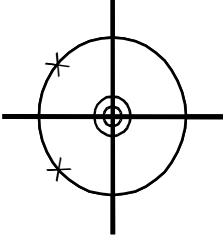
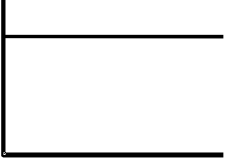
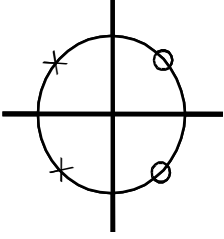
FILTER TYPE	MAGNITUDE	POLE LOCATION	TRANSFER EQUATION
LOWPASS			$\frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$
BANDPASS			$\frac{\frac{\omega_0}{Q}s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$
NOTCH (BANDREJECT)			$\frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$
HIGHPASS			$\frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$
ALLPASS			$\frac{s^2 - \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$

図 8.10: 標準的な 2 次フィルタの応答

位相応答

前に説明したように、フィルタは信号の振幅とともに位相も変化させます。このことが違いを生じるのでしょうか。フーリエ解析から、方形波が基本周波数とその奇数次高調波成分から成り立っていることがわかります。各高調波の振幅と位相の応答は明確に規定されています。振幅や位相の関係が変化した場合、これらの高調波を加算し直しても方形波を正しく再現できません。代わりに波形は歪んで、一般にオーバーシュートやリングングが発生したり、立上がり時間が増加します。この現象は複雑な波形でも生じます。

フィルタの 1 つの極はコーナー周波数に 45° の位相シフトを加えます。位相は 0° （コーナー周波数を十分に下回る場合）から 90° （コーナー周波数を十分に上回る場合）まで変化します。この変化が始まるのは 10 倍以上離れた周波数からです。多極フィルタでは、各極が位相シフトを加えるため、総位相シフトは極の数を掛けた値（2 極システムでは 180° 、3 極システムでは 270° など）になります。

単極のローパス・フィルタの位相応答は次のようになります。

$$\phi(\omega) = -\arctan \frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{式 8-21}$$

ローパス・フィルタの極対での位相応答は次のとおりです。

$$\begin{aligned} \phi(\omega) = & -\arctan \left[\frac{1}{\alpha} \left(2 \frac{\omega}{\omega_0} + \sqrt{4 - \alpha^2} \right) \right] \\ & -\arctan \left[\frac{1}{\alpha} \left(2 \frac{\omega}{\omega_0} - \sqrt{4 - \alpha^2} \right) \right] \end{aligned} \quad \text{式 8-22}$$

単極のハイパス・フィルタの場合の位相応答は次のようになります。

$$\phi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{式 8-23}$$

ハイパス・フィルタの極対での位相応答は次のとおりです。

$$\begin{aligned} \phi(\omega) = & \pi - \arctan \left[\frac{1}{\alpha} \left(2 \frac{\omega}{\omega_0} + \sqrt{4 - \alpha^2} \right) \right] \\ & -\arctan \left[\frac{1}{\alpha} \left(2 \frac{\omega}{\omega_0} - \sqrt{4 - \alpha^2} \right) \right] \end{aligned} \quad \text{式 8-24}$$

バンドパス・フィルタの位相応答は次のようになります。

$$\phi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{2Q\omega}{\omega_0} + \sqrt{4Q^2 - 1}\right) - \arctan\left(\frac{2Q\omega}{\omega_0} - \sqrt{4Q^2 - 1}\right) \quad \text{式 8-25}$$

Q の値の違いによる周波数に対する位相シフトの変化を、図 8.11（ローパス、ハイパス、バンドパス、およびオールパス）と図 8.12（ノッチ）に示します。

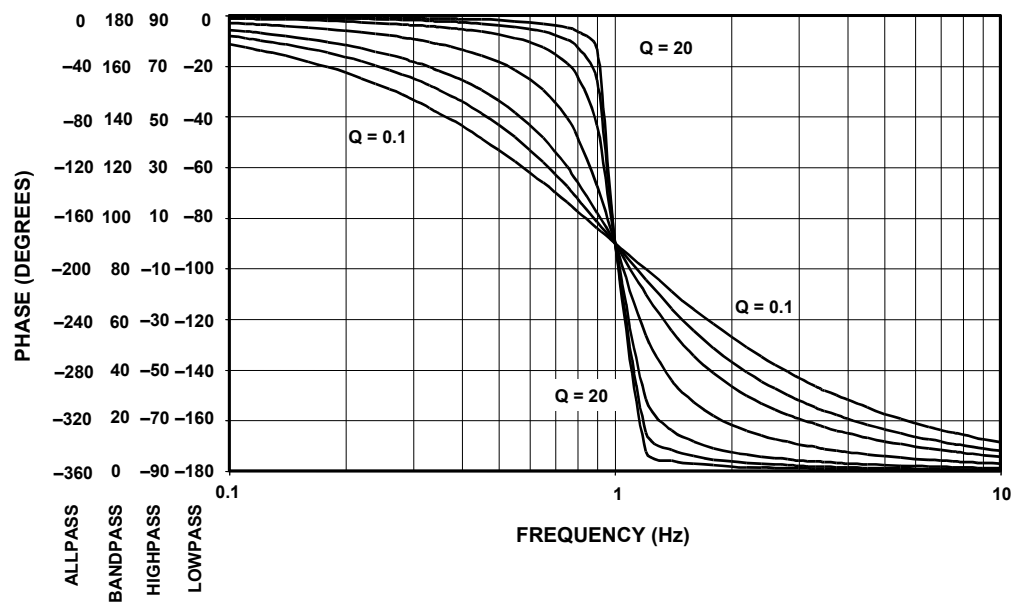


図 8.11: 位相応答の周波数特性

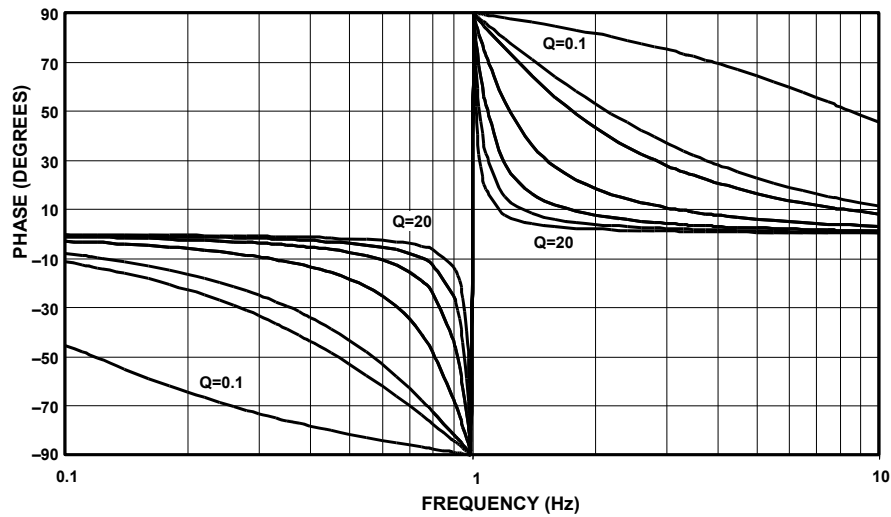


図 8.12: ノッチ・フィルタの位相応答

周波数に対する位相の変化を調べることも有効です。これはフィルタの群遅延になります。

群遅延が平坦（一定）であれば最適な位相応答になりますが、残念ながら振幅弁別能力は最も低くなります。単極のローパス・フィルタの群遅延は次のようになります。

$$\tau(\omega) = - \frac{d\phi(\omega)}{d\omega} = \frac{\cos^2 \phi}{\omega_0} \quad \text{式 8-26}$$

ローパス・フィルタの極対では次のとおりです。

$$\tau(\omega) = \frac{2 \sin^2 \phi}{\alpha \omega_0} - \frac{\sin 2 \phi}{2 \omega} \quad \text{式 8-27}$$

単極のハイパス・フィルタでは次のようになります。

$$\tau(\omega) = \frac{2 \sin^2 \phi}{\alpha \omega_0} - \frac{\sin 2 \phi}{2 \omega} \quad \text{式 8-28}$$

ハイパス・フィルタの極対では次のとおりです。

$$\tau(\omega) = - \frac{d\phi(\omega)}{d\omega} = \frac{\sin^2 \phi}{\omega_0} \quad \text{式 8-29}$$

また、バンドパス・フィルタの極対では次のようになります。

$$\tau(\omega) = \frac{2Q \cos^2 \phi}{\alpha \omega_0} + \frac{\sin 2 \phi}{2 \omega} \quad \text{式 8-30}$$

非線形位相の影響

波形は、特定の振幅の一連の周波数と、周波数と位相の関係で表すことができます。例えば、方形波の場合は次のとおりです。

$$F(t) = A \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin \omega t + \frac{2}{3\pi} \sin 3\omega t + \frac{2}{5\pi} \sin 5\omega t + \frac{2}{7\pi} \sin 7\omega t + \dots \right) \quad \text{式 8-31}$$

この波形がフィルタを通過した場合、波形のさまざまな周波数成分に対するフィルタの振幅応答と位相応答は異なったものになります。位相遅延が同一であれば、波形は歪むことなくフィルタを通過します。しかしながら、これらの周波数に対するフィルタの振幅応答と位相応答が異なることから波形の異なる成分が変化した場合、同様に加算することはできなくなります。これにより波形が変化します。これらの歪みは、一般に出力のオーバーシュートやリングングと呼ばれるものとして現われます。

全ての信号が高調波に関連する成分で構成されているわけではありません。例えば、振幅変調（AM）信号は、搬送波と \pm の変調周波数の 2 つの側波帯からなります。フィルタが様々な波形成分に対して同じ遅延を持たないと、「エンベロープ遅延」が生じて出力波形が歪みます。

線形な位相シフトは線形関数の導関数が一定であるため、群遅延が一定になります。

注記:

8.3: 時間領域の応答

これまでは、フィルタの周波数領域の応答を中心に検討してきました。特に過渡状態においては、時間領域の応答も重要になります。時間領域と周波数領域の間の変換はフーリエ変換やラプラス変換を使って行います。これにより、非正弦波の励起に対するフィルタの性能を評価する手段が与えられます。

フィルタの伝達関数は、出力と入力時間の関数の比になります。フィルタのインパルス応答によって帯域幅が決まることがわかります。時間領域の応答は多くのシステムで実際に配慮される特性で、特に多くの変調方式が振幅と位相の両方の情報を用いる通信では配慮されます。

インパルス応答

インパルス関数は、面積が 1 で、高さが無限大、パルス幅が無限小である関数として定義されています。もちろん、これは物理的には実現不可能です。インパルスの幅がフィルタの立上がり時間より非常に小さいと、フィルタの応答は実際のインパルス応答にかなり似たものとなります。

時間領域でのフィルタのインパルス応答は、周波数領域でのフィルタの帯域幅に比例します。インパルスの幅が狭くなるほど、フィルタの帯域幅が広がります。パルスの振幅は ω_c/π に等しくなり、この値もフィルタの帯域幅に比例します。つまり、振幅が大きくなるほど帯域幅も広がります。パルス幅は $2\pi/\omega_c$ に等しくなり、この値は帯域幅に反比例します。つまり、振幅と帯域幅の積が一定になります。

ラプラス変換やフーリエ変換を使わずにフィルタの応答を計算するのは大変な作業になります。ラプラス変換は、乗算と除算をそれぞれ加算と減算に変換します。ラプラス変換では、一般に積分や微分を含む式を取り込み、非常に取り扱いやすいシンプルな代数式に変換します。フーリエ変換ではこれとは逆の演算を行います。

これらの変換の詳細についてはここでは説明しませんが、インパルス応答とフィルタの特性の関係についての一般的な見解をいくつか記載します。

上記から分かるように、インパルス応答は帯域幅に関連しています。すなわち、振幅弁別能力（必要な信号と帯域外の信号やノイズを区別する能力）と時間応答は反比例します。つまり、振幅応答が最もよいフィルタの時間応答は最も悪くなります。全てが極のフィルタでは、チェビシェフ・フィルタの振幅弁別能力が最も高く、続いてバターワース、ベッセルの順になります。

時間領域の応答をランク付けすると、ベッセルが最もよく、続いてバターワース、チェビシェフの順になります。各種フィルタの応答の詳細については次のセクションで説明します。

また、インパルス応答はフィルタの次数が増えるに従って向上します。フィルタの次数が増えると帯域制限が大きくなるため、時間応答が低下します。多段フィルタの各セクションは独自のインパルス応答を持っており、全体のインパルス応答はそれぞれの応答を重ね合わせたものになります。時間応答が低下するのは、周波数分別能力が向上すると各セクションの Q が増加する傾向があることとも関係してきます。 Q が増加すると各セクションのオーバーシュートやリングングが増加します。これは時間応答が長くなることを意味します。

ステップ応答

フィルタのステップ応答は、インパルス応答を積分したものになります。インパルス応答に当てはまる一般概念の多くは、ステップ応答にも当てはまります。ステップ応答の立上がり時間の勾配は、インパルス応答のピーク値に等しくなります。フィルタの帯域幅と立上がり時間の積は一定です。インパルスが 1 に等しい関数を持つように、ステップ応答は $1/s$ に等しい関数を持ちます。これらの数式はどちらも無次元なので、正規化することができます。

フィルタのステップ応答は、変調された信号のエンベロープ歪みを求めるのに役立ちます。フィルタのステップ応答の最も重要なパラメータは、オーバーシュートとリングングの 2 つです。良好なパルス応答を実現するためには、オーバーシュートを最小限に抑える必要があります。リングングは、次のパルスに影響を与えないように、できるだけ速く減衰させる必要があります。

通常、実際の信号はインパルス状のパルス信号やステップ信号から成ることはないため、過渡応答曲線から出力が十分正確に推定されることはありません。しかしながら、過渡応答曲線はさまざまなタイプのフィルタの過渡応答を同じ条件で比較できるため、便利な性能指数になります。

ステップ応答やインパルス応答の計算は数学的に集約されているため、コンピュータを使って行うのが最も容易です。多くの CAD（コンピュータ支援設計）ソフトウェア・パッケージは、これらの応答を計算する機能を備えています。これらの応答のいくつかは次のセクションでも取り上げます。

8.4: 標準的な応答

特定のフィルタの減衰量や位相の要件を満たすことが可能な多くの伝達関数があります。それらから特定のシステムに基づいて 1 つを選択します。周波数領域の応答と時間領域の応答の重要性を特定する必要があります。また、これらの検討内容はどちらもフィルタの複雑さ、したがってコストとのトレードオフになります。

バターワース・フィルタ

バターワース・フィルタは、減衰量と位相応答のバランスが最もよいフィルタです。通過帯域や阻止帯域にリップルがないため、最大平坦フィルタと呼ばれることもあります。バターワース・フィルタは平坦性を実現する代償として、通過帯域から阻止帯域への遷移領域が比較的広く、平均的な過渡特性になります。

バターワース・フィルタの正規化された極は s 平面内の単位円上に存在します。極の位置は次式で与えられます。

$$-\sin \frac{(2K-1)\pi}{2n} + j \cos \frac{(2K-1)\pi}{2n} \quad K=1,2,\dots,n \quad \text{式 8-32}$$

ここで、 K は極対の番号、 n は極の数です。

極は単位円上で等間隔に位置します。つまり、各極間の角度が等しくなります。

極の位置を与えることで、 ω_0 と α (または Q) を求めることができます。次に、これらの値を使って、フィルタの部品の値を求めることができます。パッシブ・フィルタの設計表では、周波数とインピーダンスが正規化されたフィルタを使用します。これらは周波数が 1 rad/sec に、インピーダンスが 1Ω に正規化されています。これらのフィルタを非正規化して、実際の部品の値を決めることができます。これにより、さまざまなフィルタの周波数領域や時間領域の応答を同じ条件で比較することができます。バターワース・フィルタは $\omega_0 = 1$ で -3 dB の応答になるように正規化されています。

バターワース・フィルタの部品の値はより現実的で、その他の多くの種類のフィルタに比べてあまり厳密ではありません。周波数応答、群遅延、インパルス応答、およびステップ応答を図 8.15 に示します。極の位置とそれに対応する ω_0 と α の項を図 8.26 の表に示します。

チェビシェフ・フィルタ

チェビシェフ (原文では Chebyshev、ロシア語の翻訳によっては Chevyshev、Tschebychev、Tschebyscheff、Tchevysheff とも示される) フィルタは、同じ次数のバターワース・フィルタよりも遷移領域が狭くなりますが、代償として通過帯域にリップルが生じます。

このフィルタがチェビシェフ・フィルタと呼ばれるのは、リップルの最大値を最小限に抑えるというチェビシェフ基準に由来しています。

チェビシェフ・フィルタの DC での相対減衰量は 0 dB です。奇数次フィルタは、0 dB からリップル値までの減衰帯域を持っています。偶数次フィルタは、通過帯域リップルに等しいゲインを持っています。通過帯域内のリップルのサイクル数は、フィルタの次数に等しくなります。

チェビシェフ・フィルタの極は、バターワース・フィルタの極を右側に動かすことによって求められ、楕円が形成されます。これは、極の実数部に k_r を掛け、虚数部に k_i を掛けることによって実現します。 k_r と k_i の値は次式で計算することができます。

$$K_r = \sinh A \quad \text{式 8-33}$$

$$K_i = \cosh A \quad \text{式 8-34}$$

そして、

$$A = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon} \quad \text{式 8-35}$$

ここで、 n はフィルタの次数、そして、

$$\varepsilon = \sqrt{10^R - 1} \quad \text{式 8-36}$$

そして、

$$R = \frac{R_{dB}}{10} \quad \text{式 8-37}$$

そして、

$$R_{dB} = \text{通過帯域リップル (単位は dB)}$$

チェビシェフ・フィルタは一般に、リップル帯域のエッジが $\omega_0 = 1$ に位置するように正規化されています。3 dB 帯域幅は次式で与えられます。

$$A_{3dB} = \frac{1}{n} \cosh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \quad \text{式 8-39}$$

これを表 1 に示します。

通過帯域のリップル値 (0.01 dB、0.1 dB、0.25 dB、0.5 dB、1 dB) に対する、周波数応答、群遅延、インパルス応答、およびステップ応答を、後続のページの図 8.16 ～図 8.20 に示します。これらのリップル値に対する極の位置とそれに対応する ω_0 と α の項を、後続の図 8.27 ～図 8.31 の表に示します。

ORDER	.01dB	.1dB	.25dB	.5dB	1dB
2	3.30362	1.93432	1.59814	1.38974	1.21763
3	1.87718	1.38899	1.25289	1.16749	1.09487
4	1.46690	1.21310	1.13977	1.09310	1.05300
5	1.29122	1.13472	1.08872	1.05926	1.03381
6	1.19941	1.09293	1.06134	1.04103	1.02344
7	1.14527	1.06800	1.04495	1.03009	1.01721
8	1.11061	1.05193	1.03435	1.02301	1.01316
9	1.08706	1.04095	1.02711	1.01817	1.01040
10	1.07033	1.03313	1.02194	1.01471	1.00842

表 1: チェビシェフ・フィルタの 3 dB 帯域幅とリップル帯域幅

ベッセル・フィルタ

バターワース・フィルタは、振幅と過渡の特性がかなり優れています。チェビシェフ・フィルタは、過渡特性を犠牲にして振幅応答を改善しています。ベッセル・フィルタは、通過帯域での位相が線形（つまり、遅延が一定）なため、良好な過渡応答を実現するのに最適です。これは、周波数応答が比較的低下する（振幅弁別能力が低下する）ことを意味します。

ベッセル・フィルタの極は全ての極を円上に配置し、それらの虚数部を次式の間隔にすることによって求められます。

$$\frac{2}{n} \quad \text{式 8-40}$$

ここで、 n は極の数です。上端と下端の極は円が $j\omega$ 軸と交差するところに存在し、その距離は次式で与えられます。

$$\frac{1}{n} \quad \text{式 8-41}$$

つまり、他の極間の半分になります。

ベッセル・フィルタの周波数応答、群遅延、インパルス応答、およびステップ応答を図 8.21 に示します。ベッセル・フィルタの極の位置とそれに対応する ω_0 と α の項を図 8.32 の表に示します。

等リップル誤差の線形位相フィルタ

線形位相フィルタは、ベッセルよりも広い範囲の通過帯域で線形位相応答を提供し、カットオフ周波数から離れたところで優れた減衰特性を提供します。これは、チェビシェフの振幅リップルと同様に、位相応答にリップルを持たせることによって実現しています。リップルが増えると、遅延が一定となる領域が阻止帯域まで広がります。位相応答の導関数が群遅延なので、群遅延もリップルを持つようになります。ステップ応答はベッセルよりオーバーシュートがわずかに大きくなり、インパルス応答はリングングが少しだけ増えます。

線形位相フィルタの極の位置を計算するのは難題です。極の位置は、ツベレフの著書（参考資料 1 参照）を基にしたウイリアムスの著書（参考資料 2 参照）から引用したものです。

リップル誤差 0.05° と 0.5° の線形位相フィルタの周波数応答、群遅延、インパルス応答、およびステップ応答を、それぞれ図 8.22 と図 8.23 に示します。極の位置とそれに対応する ω_0 と α の項を図 8.33 と図 8.34 の表に示します。

トランジショナル・フィルタ

トランジショナル・フィルタは、ベッセルに似たガウス・フィルタとチェビシェフの間でバランスを図ったものです。トランジショナル・フィルタは、通過帯域において位相シフトがほぼ直線的であり、滑らかで単調にロールオフします。通過帯域より上では、ベッセルに比べて減衰量が急激に大きくなるブレイク・ポイントが存在し、この変化は特に n の値が大きいほど顕著になります。

2 種類のトランジショナル・フィルタを以下に示します。ガウス特性から 6 dB 減衰するものと 12 dB 減衰するものが存在します。

ガウス特性から 6 dB 減衰するフィルタは、通過帯域の過渡応答がバターワースより優れています。 $\omega = 1.5$ で生じるブレイクポイントより上では、ロールオフはバターワースに類似しています。

ガウス特性から 12 dB 減衰するフィルタの過渡応答は、通過帯域のバターワースよりかなり優れています。 $\omega = 2$ で生じる 12dB ブレイクポイントより上では、減衰量はバターワースより小さくなります。

線形位相フィルタの場合と同様に、トランジショナル・フィルタの極の位置を計算するための近似法がありません。ここでも、極の位置はウイリアムスの著書（参考資料 2 参照）から引用しています。これらは反復手法を使って導き出しています。

ガウス特性から 12 dB 減衰するフィルタと 6 dB 減衰するフィルタの周波数応答、群遅延、インパルス応答、およびステップ応答を、それぞれ図 8.24 と図 8.25 に示します。極の位置とそれに対応する ω_0 と α の項を図 8.35 と図 8.36 の表に示します。

全極フィルタの応答の比較

ベッセル、バターワース、チェビシェフ（このケースでは 0.5 dB のリップルを持つ）の全極フィルタの応答を比較してみます。比較の基準として 8 極フィルタを使用します。応答は 1 Hz のカットオフ周波数に正規化されています。以下の図 8.13 と図 8.14 を比較すると、それぞれの応答のトレードオフが容易にわかります。ベッセル、バターワース、チェビシェフの順に見ると、過渡特性が次第に低下するに従って振幅弁別能力が向上しているのがわかります。

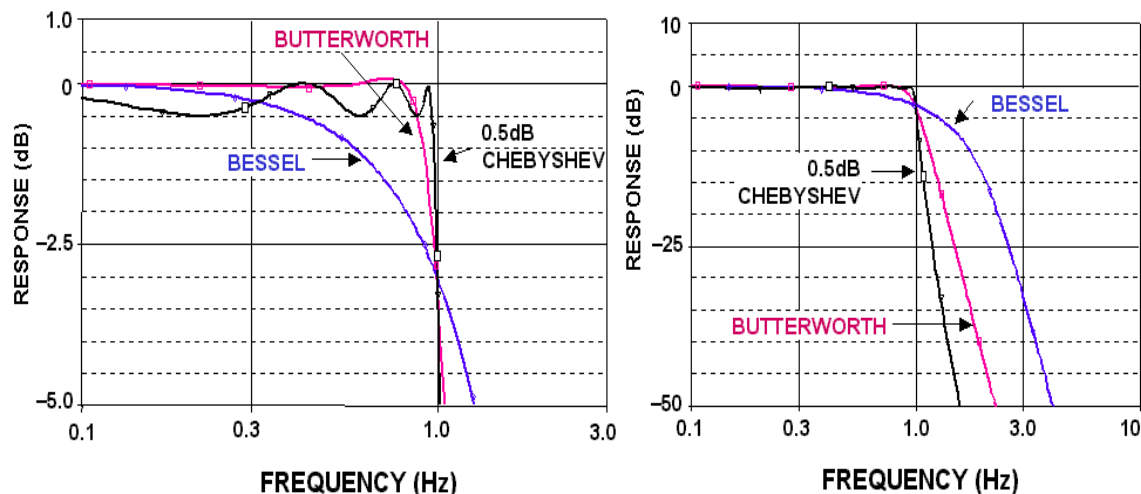


図 8.13: ベッセル、バターワース、チェビシェフの各フィルタの振幅応答の比較

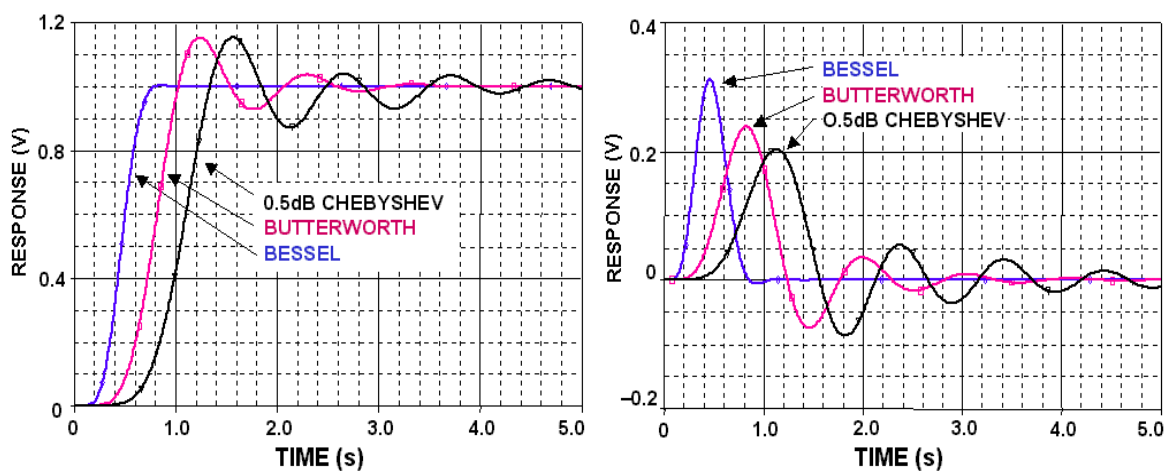


図 8.14: ベッセル、バターワース、チェビシェフの各フィルタのステップ応答とインパルス応答の比較

楕円フィルタ

これまで説明したフィルタは全極フィルタです。つまり、伝達関数のゼロ（分子の根）は周波数範囲の両端（0 または ∞ ）の 1 つにあります。ローパス・フィルタの場合、ゼロは $f = \infty$ のところにあります。有限周波数の伝達関数に極の他にゼロを加えると、楕円フィルタ（カウアー・フィルタと呼ばれることもある）が形成されます。このフィルタは阻止帯域と通過帯域の両方にリップルを生じさせるため、チェビシェフ・フィルタより遷移領域が短くなります。阻止帯域にリップルを生じさせるには阻止帯域にゼロを追加しますが、減衰レートを非常に大きくすることができます。これは特定の数の極の追加で最も実現可能です。これらのゼロの間の阻止帯域応答にいくつかの「跳ね返り」が生じます。これは阻止帯域リップルです。楕円フィルタでも時間領域の応答が低下します。

楕円フィルタの極は楕円上にあるため、フィルタの時間応答はチェビシェフの応答に似ています。

楕円フィルタは図 8.2 に示されているパラメータによって規定されます。ここで、 A_{\max} は通過帯域の最大リップル、 A_{\min} は阻止帯域の最小減衰量、 F_c は周波数応答から通過帯域リップルがなくなるカットオフ周波数、 F_s は A_{\max} の値に達する阻止帯域周波数です。

別の方法として、フィルタの次数 n を決め、遷移帯域減衰レートを決定する変調角度 θ を決めます。

$$\theta = \sin^{-1} \frac{1}{F_s} \quad \text{式 8-42}$$

そして、通過帯域リップルを決定する ρ を決めます。

$$\rho = \sqrt{\frac{\epsilon^2}{1 + \epsilon^2}} \quad \text{式 8-43}$$

ここで、 ϵ はチェビシェフ応答用に作成したリップル係数で、通過帯域リップルは次のようになります。

$$R_{dB} = -10 \log(1 - \rho^2) \quad \text{式 8-44}$$

ここで、一般的な所見を行うことができます。所定のフィルタ次数 n と θ に対して、リップルが大きくなるに従って A_{\min} は増加します。また、 θ が 90° に近づくに従って、 F_s は F_c に近づきます。この結果、遷移領域が非常に短くなります。これはロールオフが急峻になることを意味します。そのかわり、 A_{\min} が小さくなります。

補足として、 ρ はパッシブ楕円フィルタの入力抵抗を決定し、VSWR（電圧定在波比）と関連付けることができます。

楕円フィルタの設計では多くの変数があるため、前記の各種フィルタで示した各種の表を用意するのは困難です。いくつかの CAD（コンピュータ支援設計）パッケージには、設計値を提供するものもあります。

その他の情報源として、ウィリアムスの著書（参考資料 2 参照）などにフィルタ値の表が掲載されています。これらの表ではフィルタを以下の記号で分類しています。

$$C n p \theta$$

ここで、C はカウアーを指します。楕円フィルタは、回路網理論の研究者であるウィルヘルム・カウアーの名を取ってカウアー・フィルタと呼ばれることもあります。

チェビシェフの阻止帯域を持ち遅延が最大限平坦なフィルタ

ベッセル型フィルタ（ベッセル・フィルタには等リップルで線形位相のフィルタとトランジショナル・フィルタがある）は過渡特性が優れていますが、周波数分別能力は理想的とは言えません。楕円フィルタは周波数分別能力は優れていますが、過渡応答が劣っています。チェビシェフの阻止帯域を持ち遅延が最大限平坦なフィルタは、ベッセル型の機能を持ち、トランスミッション・ゼロが加わっています。ベッセル型フィルタの通過帯域での一定遅延特性は維持され、阻止帯域の減衰量は大幅に向上します。ステップ応答にはオーバーシュートやリングングが発生せず、インパルス応答もクリーンで、基本的に発振をしない特性です。次数 n を大きくしても、群遅延一定の特性は阻止帯域まで拡張されます。

楕円フィルタ同様に、数値的な評価は難題です。ウィリアムスの著書（参考資料 2 参照）に、パッシブ・プロトタイプの正規化された部品の値の表が示されています。

逆チェビシェフ・フィルタ

チェビシェフの応答は通過帯域にリップルを持ち、阻止帯域では単調に変化します。逆チェビシェフの応答は、通過帯域が単調に変化し、阻止帯域にリップルを持つものと定義できます。逆チェビシェフの通過帯域の性能はバターワースよりも良好です。また、カットオフ周波数付近を除いて、チェビシェフよりも良好です。遷移帯域では、逆チェビシェフのロールオフが最も急峻です。したがって、逆チェビシェフ・フィルタはこれら 3 つのフィルタの中の最も低い周波数で A_{\min} の使用を満たします。しかしながら、阻止帯域の応答に以下に示される大きさの突出部が生じます。

$$\frac{\varepsilon^2}{(1 - \varepsilon)} \quad \text{式 8-45}$$

ここで、 ε はチェビシェフ・フィルタの場合に規定されるリップル係数です。つまり、阻止帯域の深い部分では、バターワースとチェビシェフのどちらも阻止帯域で単調に変化するため、減衰特性が良好です。過渡性能に関しては、逆チェビシェフはバターワースとチェビシェフの中間に位置します。

逆チェビシェフの応答は 3 つのステップで作ることができます。まず、チェビシェフ・ローパス・フィルタを選びます。次に、1 からこの応答を差し引きます。最後に、 ω を $1/\omega$ に置き換えることによって周波数を反転させます。

これらのことは決して考えられる伝達関数の全てではありませんが、最も一般的なものを示しています。

プロトタイプの応答曲線の使用方法

後続のページには、全極応答のローパス・プロトタイプのいくつかの応答曲線と設計表が掲載されています。全ての曲線は、 -3 dB カットオフ周波数が 1 Hz になるように正規化されています。これにより、さまざまな応答を直接比較できます。全てのケースに、 $0.1\text{ Hz} \sim 10\text{ Hz}$ の周波数範囲に対する 2 極 \sim 10 極の振幅応答が示してあります。さらに、 $0.1\text{ Hz} \sim 2\text{ Hz}$ の通過帯域の振幅応答が示されており、 $0.1\text{ Hz} \sim 10\text{ Hz}$ の群遅延と、 $0\text{ 秒} \sim 5\text{ 秒}$ のインパルス応答およびステップ応答も示されています。

これらの曲線を使って実際のフィルタの応答を求めるには、非正規化を行う必要があります。振幅応答の場合、これは周波数軸に必要なカットオフ周波数 F_C を掛けることによって容易に行えます。群遅延曲線を非正規化するには、遅延軸を $2\pi F_C$ で割り、周波数軸に同じように F_C を掛けます。ステップ応答は、時間軸を $2\pi F_C$ で割ることによって非正規化されます。インパルス応答の場合は、時間軸を $2\pi F_C$ で割り、振幅軸に同じ値を掛けることによって非正規化されます。

ハイパス・フィルタでは、周波数軸を反転するだけで振幅応答が得られます。ローパス・フィルタをハイパス（またはバンドリジェクト）フィルタに変換する際、過渡特性は維持されません。ツベレフの著書（参考資料 1 参照）に、これらの応答の計算方法が示されています。

ローパスを狭帯域のバンドパスに変換する際には、 0 Hz の軸を中心周波数 F_0 へ移動します。当然ながら、中心周波数の周りのバンドパス・フィルタの応答は、 0 Hz の周りのローパスの応答に一致します。ローパス・フィルタの周波数応答曲線は実際に 0 Hz の周りにその鏡像を作りますが、通常、負の周波数は無視します。

バンドパス・フィルタの群遅延曲線を非正規化するには、遅延軸を πBW で割ります。ここで、 BW は 3 dB 帯域幅（単位は Hz ）です。次に、周波数軸に $BW/2$ を掛けます。一般に、 F_0 でのバンドパス・フィルタの遅延は、 0 Hz での帯域幅が等しいローパス・プロトタイプの遅延を 2 倍した値になります。これは、ローパスからバンドパスに変換する結果、次数が $2n$ のフィルタが形成されるという事実に起因します。ただし、一般には、ローパス・フィルタから得られる値に等しい次数を持つとされます。この近似は狭帯域フィルタに当てはまります。フィルタの帯域幅が広くなるに従って、曲線にいくらかの歪みが生じます。この遅延は対称ではなくなり、 F_0 より低い周波数にピーキングが生じます。

バンドパス・フィルタの応答のエンベロープは、ローパス・プロトタイプのステップ応答に似ています。さらに正確には、半分の帯域幅を持つローパス・フィルタのステップ応答とほとんど同一です。バンドパス・フィルタのエンベロープ応答を求めるには、ローパス・プロトタイプのステップ応答の時間軸を πBW で割ります。ここで、 BW は 3 dB 帯域幅です。これまでに説明したオーバーシュート、リングングなどは、搬送波のエンベロープに当てはめることができます。

搬送波の短いバースト（つまり、バースト幅がバンドパス・フィルタの非正規化されたステップ応答の立上がり時間よりかなり短い場合）に対する狭帯域のバンドパス・フィルタの応答のエンベロープは、ローパス・プロトタイプのパルス応答を非正規化することによって求めることができます。これを行うには、振幅軸に πBW を掛け、時間軸をその値で割ります。ここで、 BW は 3 dB 帯域幅です。ここでは、バースト期間に多くの周期が存在するだけ搬送波周波数が十分に高いと仮定しています。

群遅延、ステップやパルスの曲線は、フィルタによって生じる波形の歪みを予測するのに直接使用することはできませんが、フィルタを比較するときの便利な性能指数になります。

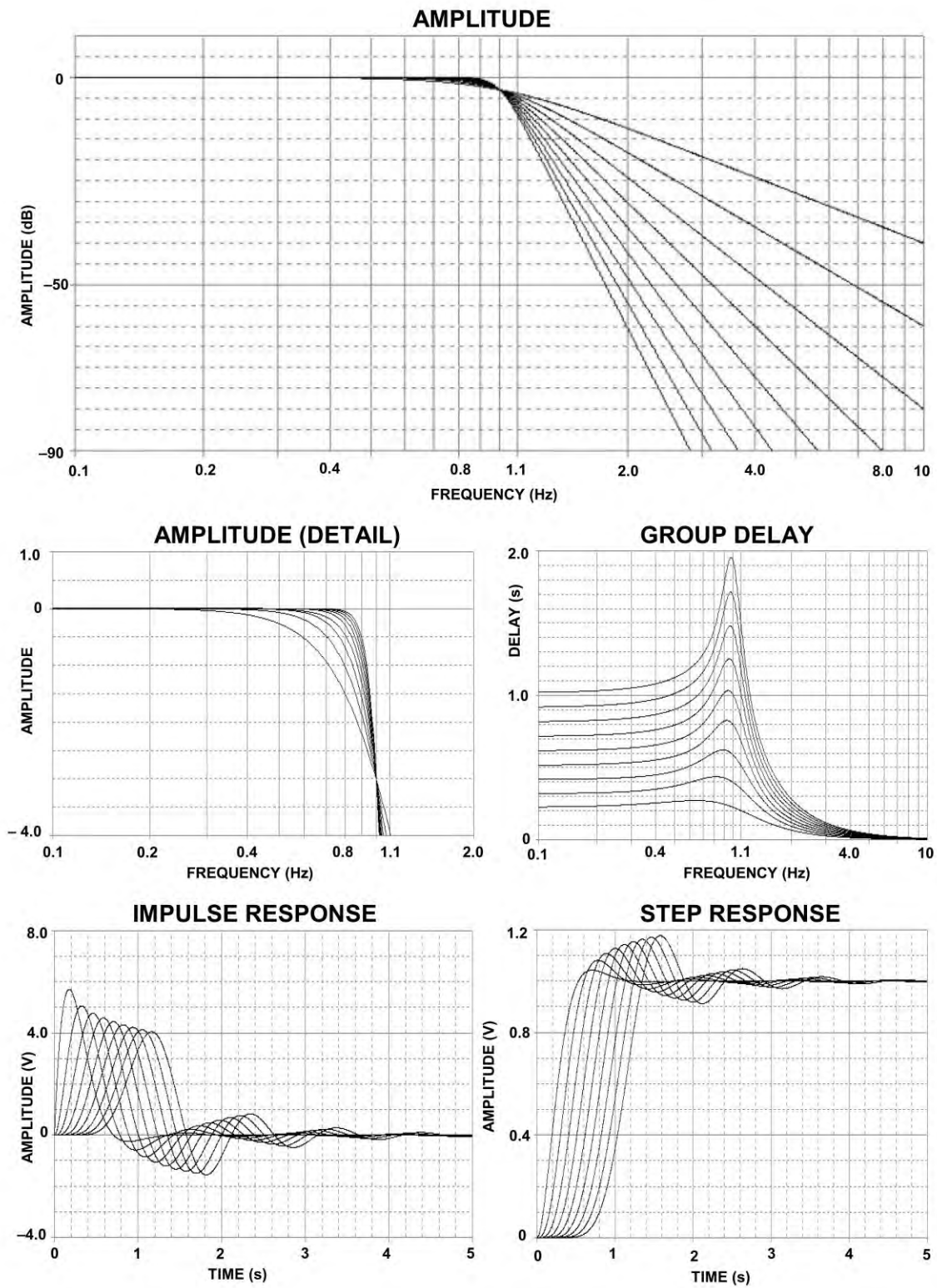


図 8.15: バターワース・フィルタの応答

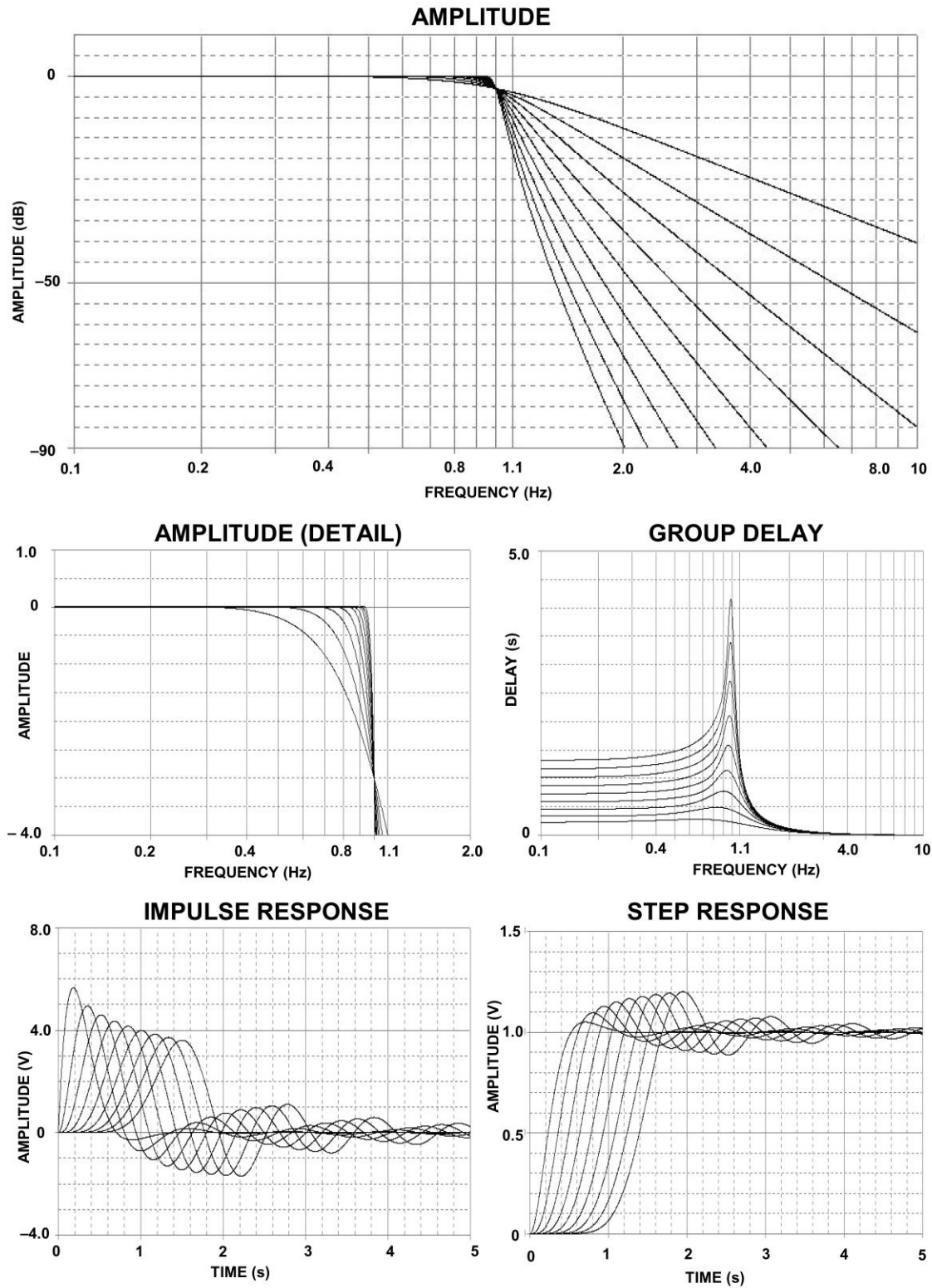


図 8.16: 0.01 dB チェビシェフ・フィルタの応答

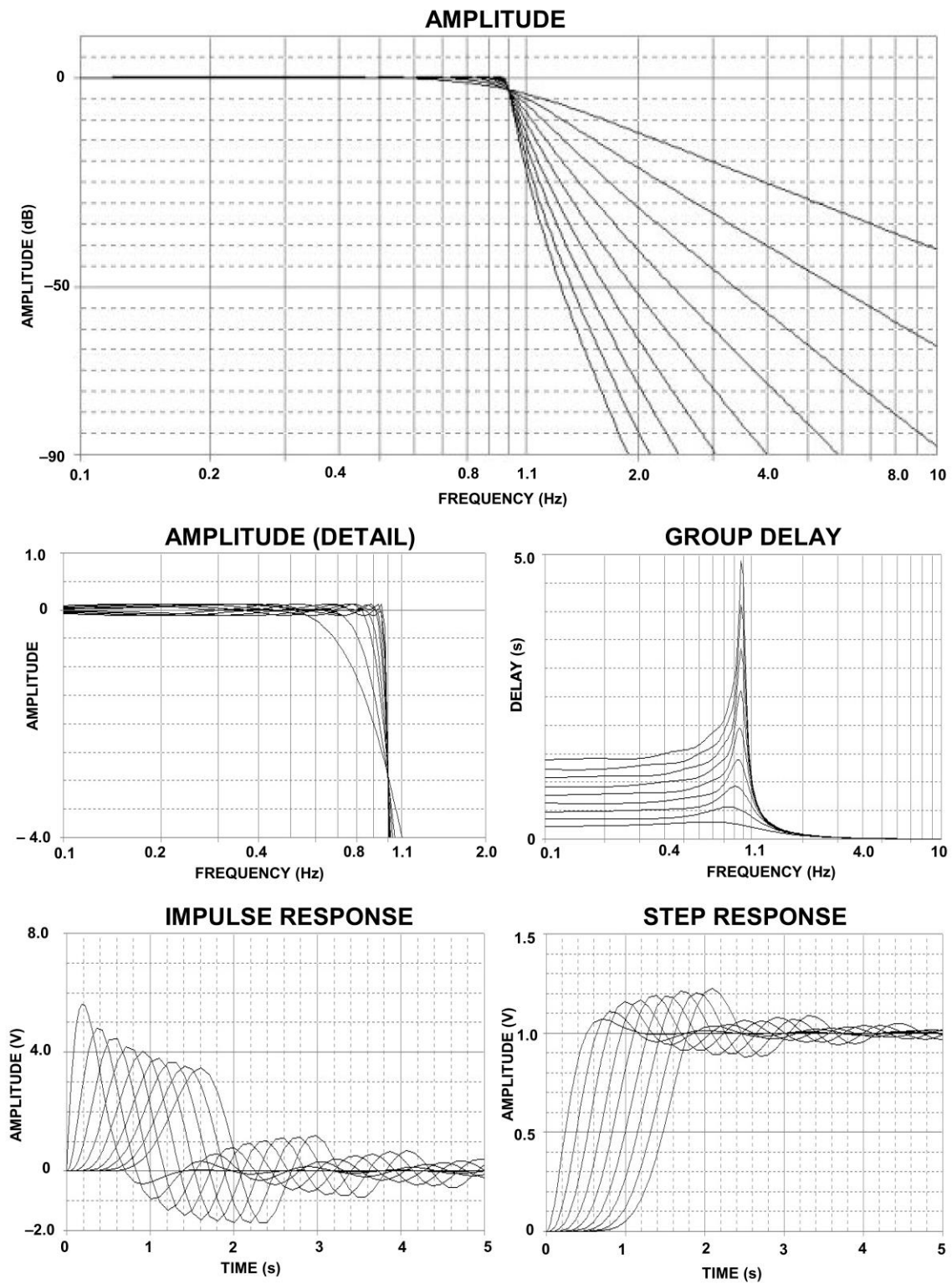


図 8.17: 0.1 dB チェビシェフ・フィルタの応答

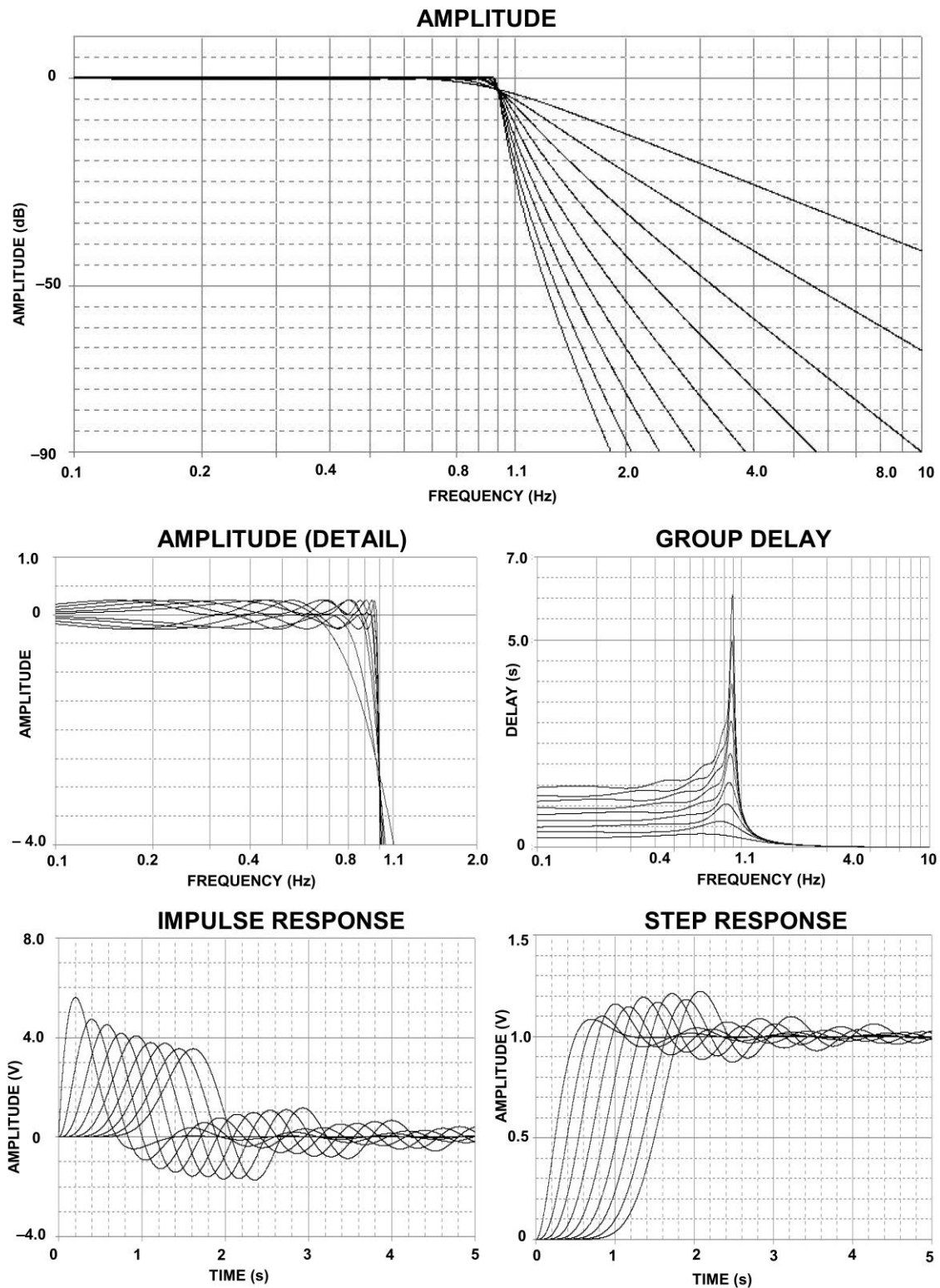


図 8.18: 0.25 dB チェビシェフ・フィルタの応答

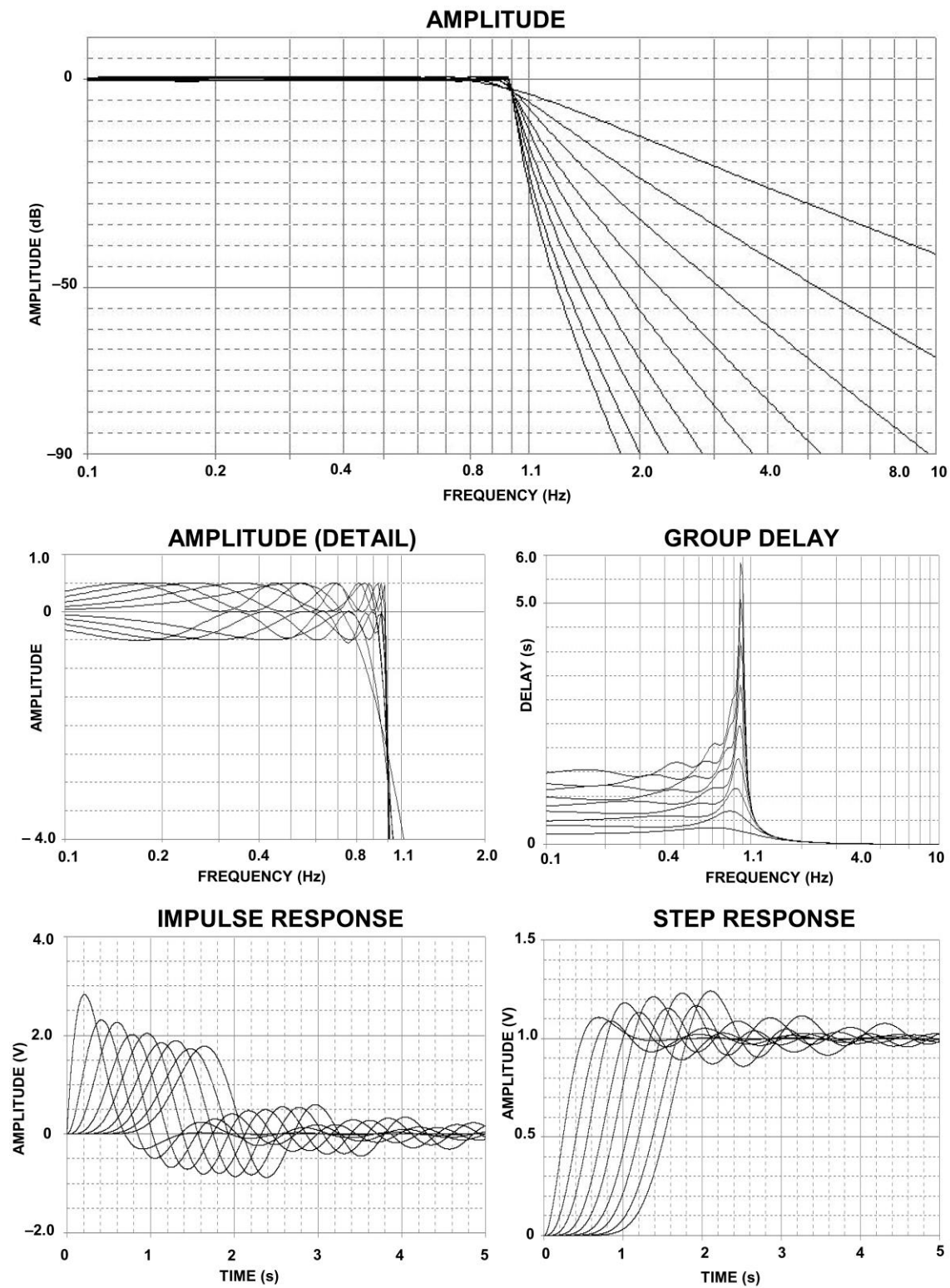


図 8.19: 0.5 dB チェビシェフ・フィルタの応答

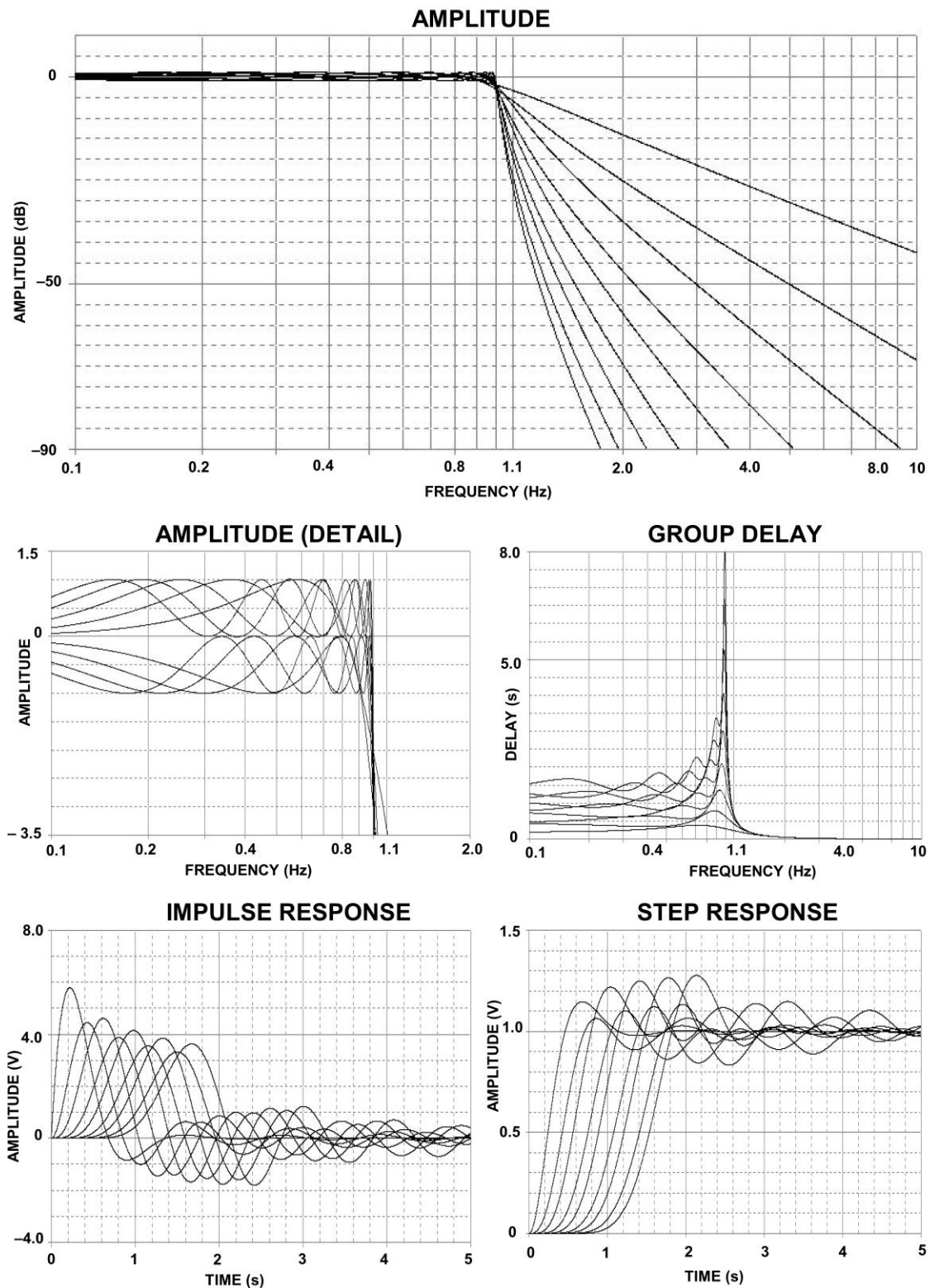


図 8.20: 1 dB チェビシェフ・フィルタの応答

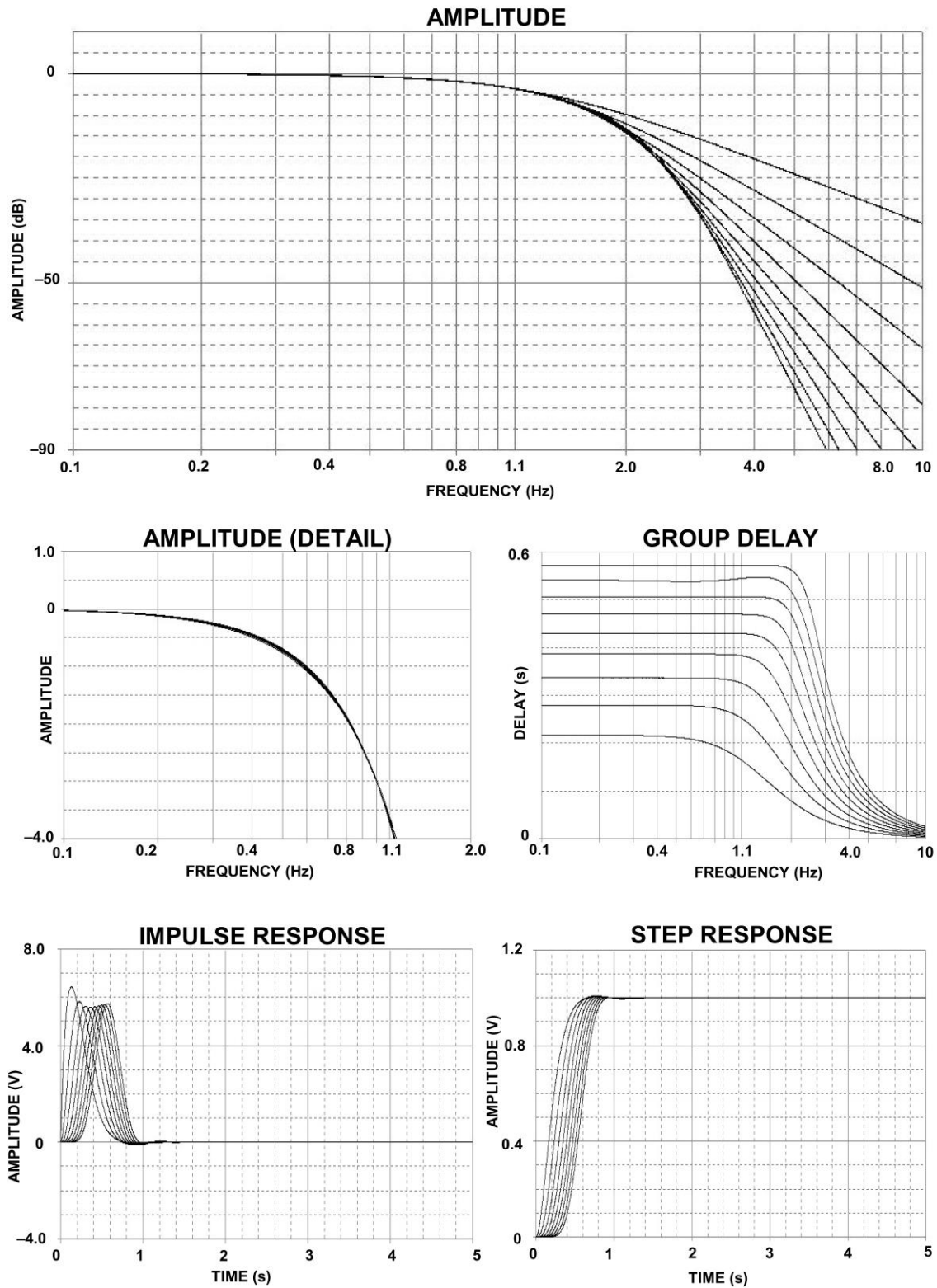


図 8.21: ベッセル・フィルタの応答

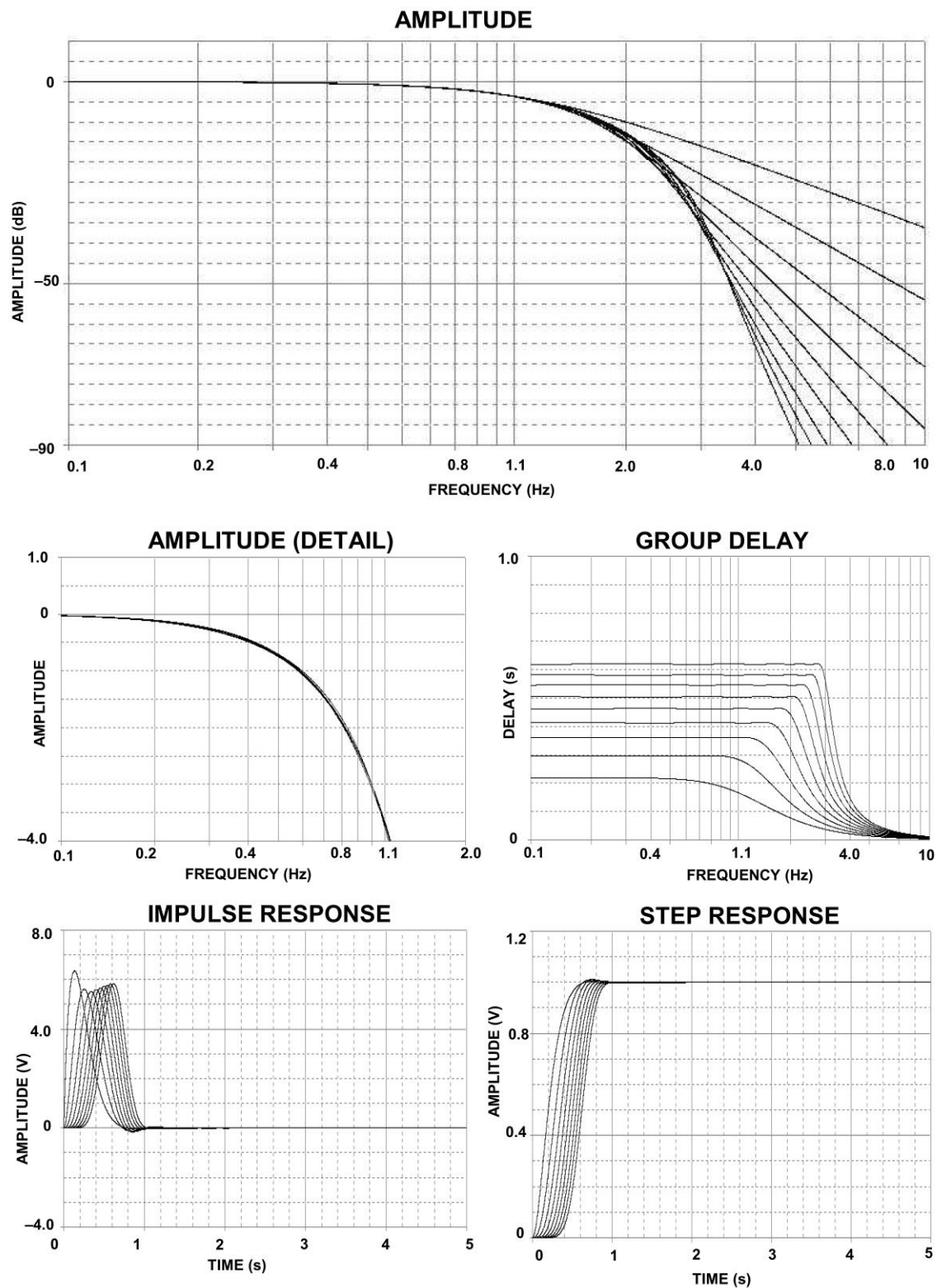


図 8.22: 等リップル誤差が 0.05° の線形位相フィルタの応答

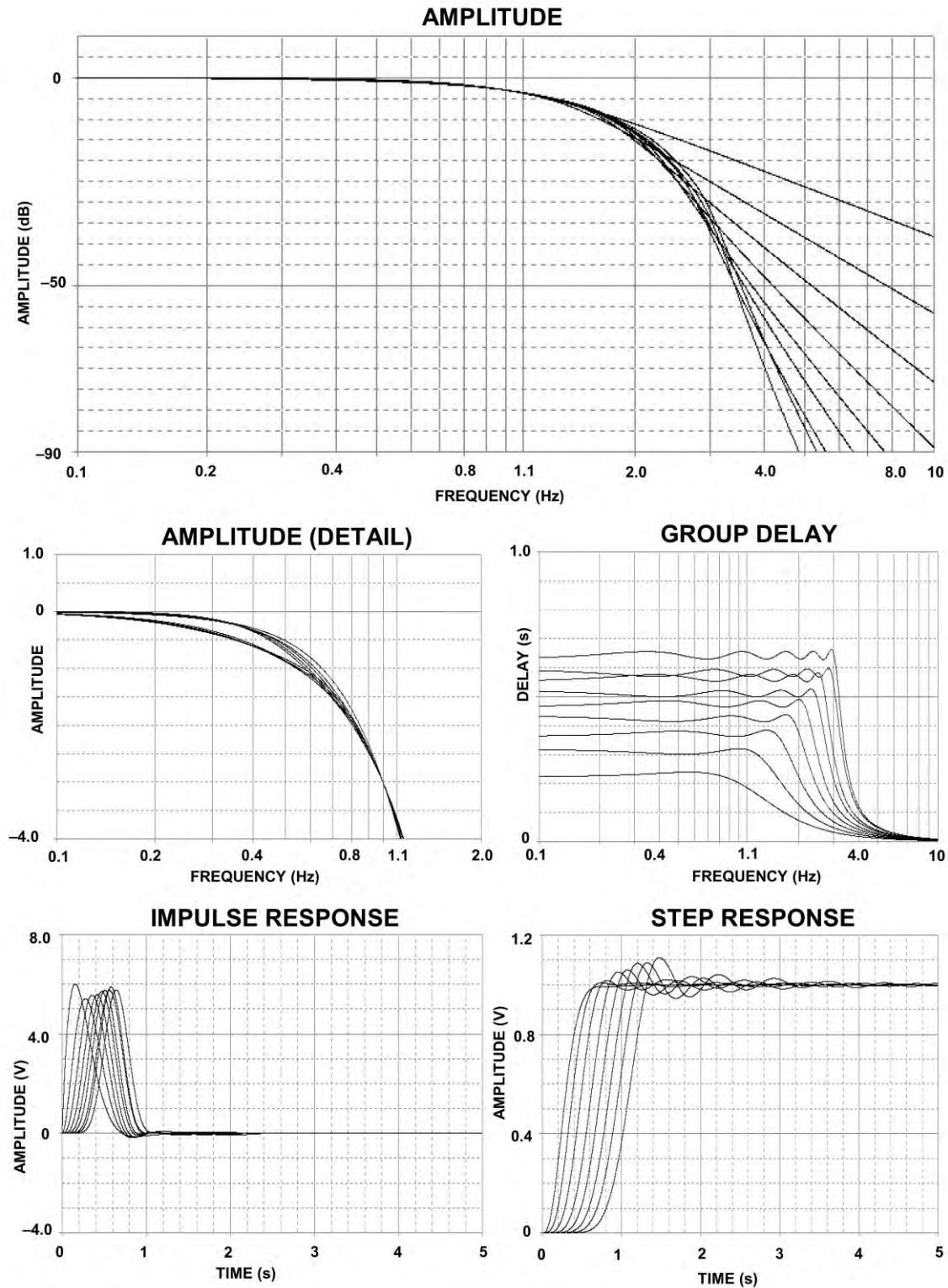


図 8.23: 等リップル誤差が 0.5°の線形位相フィルタの応答

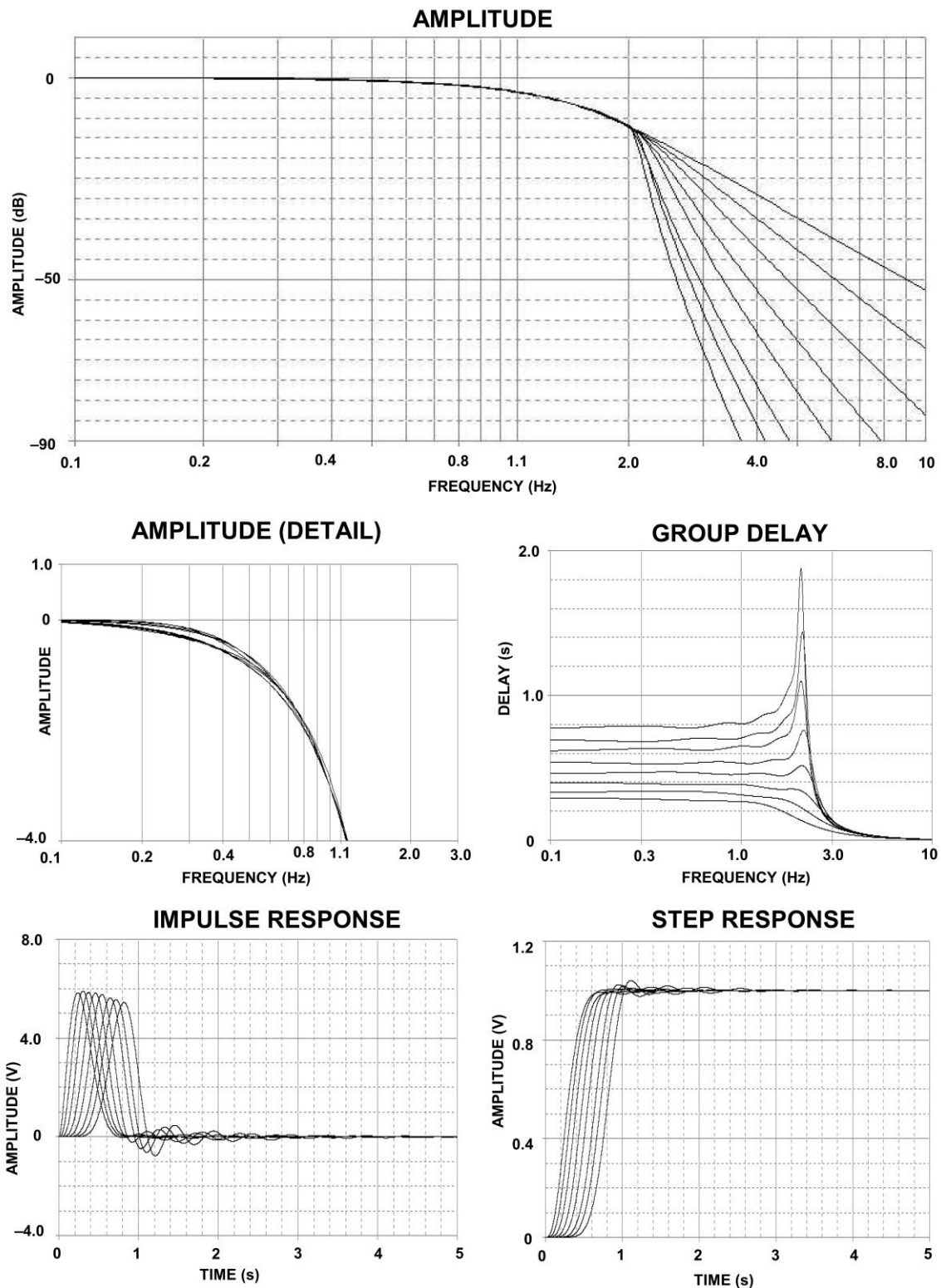


図 8.24: ガウス特性から 12 dB 減衰するフィルタの応答

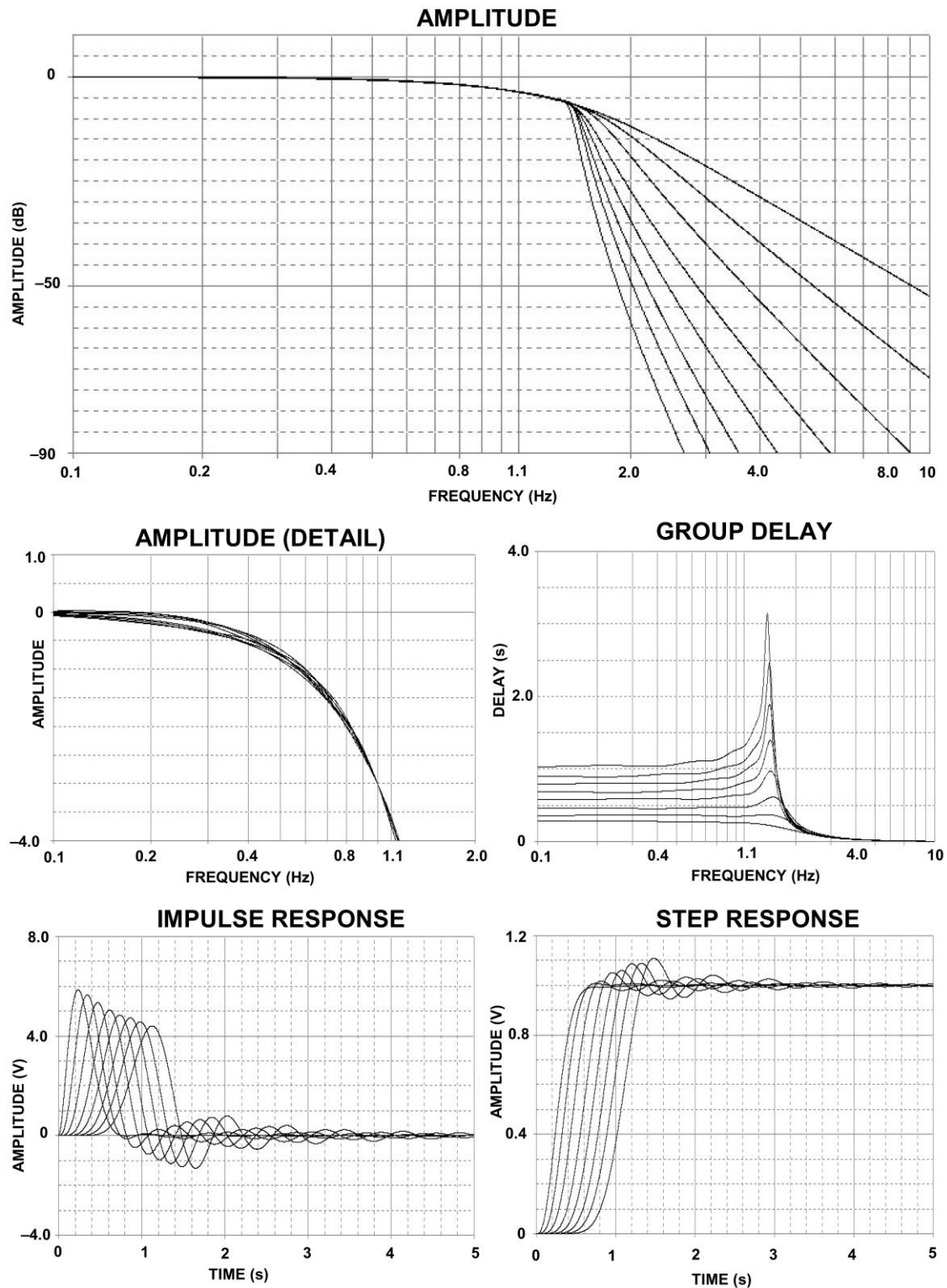


図 8.25: ガウス特性から 6 dB 減衰するフィルタの応答

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F ₀	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
2	1	0.7071	0.7071	1.0000	1.4142	0.7071	1.0000		
3	1	0.5000	0.8660	1.0000	1.0000	1.0000		0.7071	1.2493
	2	1.0000		1.0000			1.0000		
4	1	0.9239	0.3827	1.0000	1.8478	0.5412	0.7195		
	2	0.3827	0.9239	1.0000	0.7654	1.3065		0.8409	3.0102
5	1	0.8090	0.5878	1.0000	1.6180	0.6180	0.8588		
	2	0.3090	0.9511	1.0000	0.6180	1.6182		0.8995	4.6163
	3	1.0000		1.0000			1.0000		
6	1	0.9659	0.2598	1.0000	1.9319	0.5176	0.6758		
	2	0.7071	0.7071	1.0000	1.4142	0.7071	1.0000		
	3	0.2588	0.9659	1.0000	0.5176	1.9319		0.9306	6.0210
7	1	0.9010	0.4339	1.0000	1.8019	0.5550	0.7449		
	2	0.6235	0.7818	1.0000	1.2470	0.8019		0.4717	0.2204
	3	0.2225	0.9749	1.0000	0.4450	2.2471		0.9492	7.2530
	4	1.0000		1.0000			1.0000		
8	1	0.9808	0.1951	1.0000	1.9616	0.5098	0.6615		
	2	0.8315	0.5556	1.0000	1.6629	0.6013	0.8295		
	3	0.5556	0.8315	1.0000	1.1112	0.9000		0.6186	0.6876
	4	0.1951	0.9808	1.0000	0.3902	2.5628		0.9612	8.3429
9	1	0.9397	0.3420	1.0000	1.8794	0.5321	0.7026		
	2	0.7660	0.6428	1.0000	1.5320	0.6527	0.9172		
	3	0.5000	0.8660	1.0000	1.0000	1.0000		0.7071	1.2493
	4	0.1737	0.9848	1.0000	0.3474	2.8785		0.9694	9.3165
	5	1.0000		1.0000			1.0000		
10	1	0.9877	0.1564	1.0000	1.9754	0.5062	0.6549		
	2	0.8910	0.4540	1.0000	1.7820	0.5612	0.7564		
	3	0.7071	0.7071	1.0000	1.4142	0.7071	1.0000		
	4	0.4540	0.8910	1.0000	0.9080	1.1013		0.7667	1.8407
	5	0.1564	0.9877	1.0000	0.3128	3.1970		0.9752	10.2023

図 8.26: バターワース・フィルタの設計表

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F ₀	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
2	1	0.6743	0.7075	0.9774	1.3798	0.7247		0.2142	0.0100
3	1	0.4233	0.8663	0.9642	0.8780	1.1389		0.7558	2.0595
	2	0.8467		0.8467			0.8467		
4	1	0.6762	0.3828	0.7770	1.7405	0.5746	0.6069		
	2	0.2801	0.9241	0.9656	0.5801	1.7237		0.8806	5.1110
5	1	0.5120	0.5879	0.7796	1.3135	0.7613		0.2889	0.0827
	2	0.1956	0.9512	0.9711	0.4028	2.4824		0.9309	8.0772
	3	0.6328		0.6328			0.6328		
6	1	0.5335	0.2588	0.5930	1.7995	0.5557	0.4425		
	2	0.3906	0.7072	0.8079	0.9670	1.0342		0.5895	1.4482
	3	0.1430	0.9660	0.9765	0.2929	3.4144		0.9554	10.7605
7	1	0.4393	0.4339	0.6175	1.4229	0.7028	0.6136		
	2	0.3040	0.7819	0.8389	0.7247	1.3798		0.7204	3.4077
	3	0.1085	0.9750	0.9810	0.2212	4.5208		0.9689	13.1578
	4	0.4876		0.4876			0.4876		
8	1	0.4268	0.1951	0.4693	1.8190	0.5498	0.3451		
	2	0.3168	0.5556	0.6396	0.9907	1.0094		0.4564	1.3041
	3	0.2418	0.8315	0.8659	0.5585	1.7906		0.7956	5.4126
	4	0.0849	0.9808	0.9845	0.1725	5.7978		0.9771	15.2977
9	1	0.3686	0.3420	0.5028	1.4661	0.6821	0.4844		
	2	0.3005	0.6428	0.7096	0.8470	1.1807		0.5682	2.3008
	3	0.1961	0.8661	0.8880	0.4417	2.2642		0.8436	7.3155
	4	0.0681	0.9848	0.9872	0.1380	7.2478		0.9824	17.2249
	5	0.3923		0.3923			0.3923		
10	1	0.3522	0.1564	0.3854	1.8279	0.5471	0.2814		
	2	0.3178	0.454	0.5542	1.1469	0.8719		0.3242	0.5412
	3	0.2522	0.7071	0.7507	0.6719	1.4884		0.6606	3.9742
	4	0.1619	0.891	0.9056	0.3576	2.7968		0.8762	9.0742
	5	0.0558	0.9877	0.9893	0.1128	8.8645		0.9861	18.9669

図 8.27: 0.01 dB チェビシェフ・フィルタの設計表

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F_0	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
2	1	0.6104	0.7106	0.9368	1.3032	0.7673		0.3638	0.0999
3	1	0.3490	0.8684	0.9359	0.7458	1.3408		0.7952	3.1978
	2	0.6970		0.6970			0.6970		
4	1	0.2177	0.9254	0.9507	0.4580	2.1834		0.8994	7.0167
	2	0.5257	0.3833	0.6506	1.6160	0.6188	0.5596		
5	1	0.3842	0.5884	0.7027	1.0935	0.9145		0.4457	0.7662
	2	0.1468	0.9521	0.9634	0.3048	3.2812		0.9407	10.4226
	3	0.4749		0.4749			0.4749		
6	1	0.3916	0.2590	0.4695	1.6682	0.5995	0.3879		
	2	0.2867	0.7077	0.7636	0.7509	1.3316		0.6470	3.1478
	3	0.1049	0.9667	0.9724	0.2158	4.6348		0.9610	13.3714
7	1	0.3178	0.4341	0.5380	1.1814	0.8464		0.2957	0.4157
	2	0.2200	0.7823	0.8126	0.5414	1.8469		0.7507	5.6595
	3	0.0785	0.9755	0.9787	0.1604	6.2335		0.9723	15.9226
	4	0.3528		0.3528			0.3528		
8	1	0.3058	0.1952	0.3628	1.6858	0.5932	0.2956		
	2	0.2529	0.5558	0.6106	0.8283	1.2073		0.4949	2.4532
	3	0.1732	0.8319	0.8497	0.4077	2.4531		0.8137	7.9784
	4	0.0608	0.9812	0.9831	0.1237	8.0819		0.9793	18.1669
9	1	0.2622	0.3421	0.4310	1.2166	0.8219		0.2197	0.3037
	2	0.2137	0.6430	0.6776	0.6308	1.5854		0.6064	4.4576
	3	0.1395	0.8663	0.8775	0.3180	3.1450		0.8550	10.0636
	4	0.0485	0.9852	0.9864	0.0982	10.1795		0.9840	20.1650
	5	0.2790		0.2790			0.2790		
10	1	0.2493	0.1564	0.2943	1.6942	0.5902	0.2382		
	2	0.2249	0.4541	0.5067	0.8876	1.1266		0.3945	1.9880
	3	0.1785	0.7073	0.7295	0.4894	2.0434		0.6844	6.4750
	4	0.1146	0.8913	0.8986	0.2551	3.9208		0.8839	11.9386
	5	0.0395	0.9880	0.9888	0.0799	12.5163		0.9872	21.9565

図 8.28: 0.1 dB チェビシェフ・フィルタの設計表

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F ₀	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
2	1	0.5621	0.7154	0.9098	1.2356	0.8093		0.4425	0.2502
3	1	0.3062	0.8712	0.9234	0.6632	1.5079		0.8156	4.0734
	2	0.6124		0.6124			0.6124		
4	1	0.4501	0.3840	0.5916	1.5215	0.6572	0.5470		
	2	0.1865	0.9272	0.9458	0.3944	2.5356		0.9082	8.2538
5	1	0.3247	0.5892	0.6727	0.9653	1.0359		0.4917	1.4585
	2	0.1240	0.9533	0.9613	0.2580	3.8763		0.9452	11.8413
	3	0.4013		0.4013			0.4013		
6	1	0.3284	0.2593	0.4184	1.5697	0.6371	0.3730		
	2	0.2404	0.7083	0.7480	0.6428	1.5557		0.6663	4.3121
	3	0.0880	0.9675	0.9715	0.1811	5.5205		0.9635	14.8753
7	1	0.2652	0.4344	0.5090	1.0421	0.9596		0.3441	1.0173
	2	0.1835	0.7828	0.8040	0.4565	2.1908		0.7610	7.0443
	3	0.0655	0.9761	0.9783	0.1339	7.4679		0.9739	17.4835
	4	0.2944		0.2944			0.2944		
8	1	0.2543	0.1953	0.3206	1.5862	0.6304	0.2822		
	2	0.2156	0.5561	0.5964	0.7230	1.3832		0.5126	3.4258
	3	0.1441	0.8323	0.8447	0.3412	2.9309		0.8197	9.4683
	4	0.0506	0.9817	0.9830	0.1029	9.7173		0.9804	19.7624
9	1	0.2176	0.3423	0.4056	1.0730	0.9320		0.2642	0.8624
	2	0.1774	0.6433	0.6673	0.5317	1.8808		0.6184	5.8052
	3	0.1158	0.8667	0.8744	0.2649	3.7755		0.8589	11.6163
	4	0.0402	0.9856	0.9864	0.0815	12.2659		0.9848	21.7812
	5	0.2315		0.2315			0.2315		
10	1	0.2065	0.1565	0.2591	1.5940	0.6274	0.2267		
	2	0.1863	0.4543	0.4910	0.7588	1.3178		0.4143	3.0721
	3	0.1478	0.7075	0.7228	0.4090	2.4451		0.6919	7.9515
	4	0.0949	0.8915	0.8965	0.2117	4.7236		0.8864	13.5344
	5	0.0327	0.9883	0.9888	0.0661	15.1199		0.9878	23.5957

図 8.29: 0.25 dB チェビシェフ・フィルタの設計表

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F_0	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
2	1	0.5129	0.7225	1.2314	1.1577	0.8638		0.7072	0.5002
3	1	0.2683	0.8753	1.0688	0.5861	1.7061		0.9727	5.0301
	2	0.5366		0.6265			0.6265		
4	1	0.3872	0.3850	0.5969	1.4182	0.7051	0.5951		
	2	0.1605	0.9297	1.0313	0.3402	2.9391		1.0010	9.4918
5	1	0.2767	0.5902	0.6905	0.8490	1.1779			
	2	0.1057	0.9550	1.0178	0.2200	4.5451		0.5522	2.2849
	3	0.3420		0.3623			0.3623	1.0054	13.2037
6	1	0.2784	0.2596	0.3963	1.4627	0.6836	0.3827		
	2	0.2037	0.7091	0.7680	0.5522	1.8109		0.7071	5.5025
	3	0.0746	0.9687	1.0114	0.1536	6.5119		1.0055	16.2998
7	1	0.2241	0.4349	0.5040	0.9161	1.0916		0.3839	1.7838
	2	0.1550	0.7836	0.8228	0.3881	2.5767		0.7912	8.3880
	3	0.0553	0.9771	1.0081	0.1130	8.8487		1.0049	18.9515
	4	0.2487		0.2562			0.2562		
8	1	0.2144	0.1955	0.2968	1.4779	0.6767	0.2835		
	2	0.1817	0.5565	0.5989	0.6208	1.6109		0.5381	4.5815
	3	0.1214	0.8328	0.8610	0.2885	3.4662		0.8429	10.8885
	4	0.0426	0.9824	1.0060	0.0867	11.5305		1.0041	21.2452
9	1	0.1831	0.3425	0.3954	0.9429	1.0605		0.2947	1.6023
	2	0.1493	0.6436	0.6727	0.4520	2.2126		0.6374	7.1258
	3	0.0974	0.8671	0.8884	0.2233	4.4779		0.8773	13.0759
	4	0.0338	0.9861	1.0046	0.0686	14.5829		1.0034	23.2820
	5	0.1949		0.1984			0.1984		
10	1	0.1736	0.1566	0.2338	1.4851	0.6734	0.2221		
	2	0.1566	0.4545	0.4807	0.6515	1.5349		0.4267	4.2087
	3	0.1243	0.7078	0.7186	0.3459	2.8907		0.6968	9.3520
	4	0.0798	0.8919	0.8955	0.1782	5.6107		0.8883	15.0149
	5	0.0275	0.9887	0.9891	0.0556	17.9833		0.9883	25.1008

図 8.30: 0.5 dB チェビシェフ・フィルタの設計表

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F ₀	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
2	1	0.4508	0.7351	0.8623	1.0456	0.9564		0.5806	0.9995
3	1	0.2257	0.8822	0.9106	0.4957	2.0173		0.8528	6.3708
	2	0.4513		0.4513			0.4513		
4	1	0.3199	0.3868	0.5019	1.2746	0.7845		0.2174	0.1557
	2	0.1325	0.9339	0.9433	0.2809	3.5594		0.9245	11.1142
5	1	0.2265	0.5918	0.6337	0.7149	1.3988		0.5467	3.5089
	2	0.0865	0.9575	0.9614	0.1800	5.5559		0.9536	14.9305
	3	0.2800		0.2800			0.2800		
6	1	0.2268	0.2601	0.3451	1.3144	0.7608		0.1273	0.0813
	2	0.1550	0.7106	0.7273	0.4262	2.3462		0.6935	7.6090
	3	0.0608	0.9707	0.9726	0.1249	8.0036		0.9688	18.0827
7	1	0.1819	0.4354	0.4719	0.7710	1.2971		0.3956	2.9579
	2	0.1259	0.7846	0.7946	0.3169	3.1558		0.7744	10.0927
	3	0.0449	0.9785	0.9795	0.0918	10.8982		0.9775	20.7563
	4	0.2019		0.2019			0.2019		
8	1	0.1737	0.1956	0.2616	1.3280	0.7530		0.0899	0.0611
	2	0.1473	0.5571	0.5762	0.5112	1.9560		0.5373	6.1210
	3	0.0984	0.8337	0.8395	0.2344	4.2657		0.8279	12.6599
	4	0.0346	0.9836	0.9842	0.0702	14.2391		0.9830	23.0750
9	1	0.1482	0.3427	0.3734	0.7938	1.2597		0.3090	2.7498
	2	0.1208	0.6442	0.6554	0.3686	2.7129		0.6328	8.8187
	3	0.0788	0.8679	0.8715	0.1809	5.5268		0.8643	14.8852
	4	0.0274	0.9869	0.9873	0.0555	18.0226		0.9865	25.1197
	5	0.1577		0.1577			0.1577		
10	1	0.1403	0.1567	0.2103	1.3341	0.7496		0.0698	0.0530
	2	0.1266	0.4548	0.4721	0.5363	1.8645		0.4368	5.7354
	3	0.1005	0.7084	0.7155	0.2809	3.5597		0.7012	11.1147
	4	0.0645	0.8926	0.8949	0.1441	6.9374		0.8903	16.8466
	5	0.0222	0.9895	0.9897	0.0449	22.2916		0.9893	26.9650

図 8.31: 1 dB チェビシェフ・フィルタの設計表

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F ₀	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
2	1	1.1050	0.6368	1.2754	1.7328	0.5771	1.0020		
3	1	1.0509	1.0025	1.4524	1.4471	0.6910	1.4185		
	2	1.3270		1.3270			1.3270		
4	1	1.3596	0.4071	1.4192	1.9160	0.5219	0.9705		
	2	0.9877	1.2476	1.5912	1.2414	0.8055	0.7622	0.2349	
5	1	1.3851	0.7201	1.5611	1.7745	0.5635	1.1876		
	2	0.9606	1.4756	1.7607	1.0911	0.9165	1.1201	0.7768	
	3	1.5069		1.5069			1.5069		
6	1	1.5735	0.3213	1.6060	1.9596	0.5103	1.0638		
	2	1.3836	0.9727	1.6913	1.6361	0.6112	1.4323		
	3	0.9318	1.6640	1.9071	0.9772	1.0234	1.3786	1.3851	
7	1	1.6130	0.5896	1.7174	1.8784	0.5324	1.2074		
	2	1.3797	1.1923	1.8235	1.5132	0.6608	1.6964		
	3	0.9104	1.8375	2.0507	0.8879	1.1262	1.5961	1.9860	
	4	1.6853		1.6853			1.6853		
8	1	1.7627	0.2737	1.7838	1.9763	0.5060	1.1675		
	2	0.8955	2.0044	2.1953	0.8158	1.2258	1.7932	2.5585	
	3	1.3780	1.3926	1.9591	1.4067	0.7109	0.2011	0.0005	
	4	1.6419	0.8256	1.8378	1.7868	0.5597	1.3849		
9	1	1.8081	0.5126	1.8794	1.9242	0.5197	1.2774		
	2	1.6532	1.0319	1.9488	1.6966	0.5894	1.5747		
	3	1.3683	1.5685	2.0815	1.3148	0.7606	0.7668	0.0807	
	4	0.8788	2.1509	2.3235	0.7564	1.3220	1.9632	3.0949	
	5	1.8575		1.8575			1.8575		
10	1	1.9335	0.2451	1.9490	1.9841	0.5040	1.2685		
	2	1.8467	0.7335	1.9870	1.8587	0.5380	1.4177		
	3	1.6661	1.2246	2.0678	1.6115	0.6205	1.7848		
	4	1.3648	1.7395	2.2110	1.2346	0.8100	1.0785	0.2531	
	5	0.8686	2.2994	2.4580	0.7067	1.4150	2.1291	3.5944	

図 8.32: ベッセル・フィルタの設計表

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F ₀	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
2	1	1.0087	0.6680	1.2098	1.6675	0.5997	0.9999		
3	1	0.8541	1.0725	1.3710	1.2459	0.8026		0.6487	0.2232
	2	1.0459		1.0459			1.0459		
4	1	0.9648	0.4748	1.0753	1.7945	0.5573	0.8056		
	2	0.7448	1.4008	1.5865	0.9389	1.0650		1.1864	1.6286
5	1	0.8915	0.8733	1.2480	1.4287	0.6999	1.2351		
	2	0.6731	1.7085	1.8363	0.7331	1.3641		1.5703	3.3234
	3	0.9430		0.9430			0.9430		
6	1	0.8904	0.4111	0.9807	1.8158	0.5507	0.7229		
	2	0.8233	1.2179	1.4701	1.1201	0.8928		0.8975	0.6495
	3	0.6152	1.9810	2.0743	0.5932	1.8859		1.8831	4.9365
7	1	0.8425	0.7791	1.1475	1.4684	0.6810	1.1036		
	2	0.7708	1.5351	1.7177	0.8975	1.1143		1.3276	1.9162
	3	0.5727	2.2456	2.3175	0.4942	2.0233		2.1713	6.3948
	4	0.8615		0.8615			0.8615		
8	1	0.8195	0.3711	0.8996	1.8219	0.5489	0.6600		
	2	0.7930	1.1054	1.3604	1.1658	0.8578		0.7701	0.4705
	3	0.7213	1.8134	1.9516	0.7392	1.3528		1.6638	3.2627
	4	0.5341	2.4761	2.5330	0.4217	2.3713		2.4178	7.6973
9	1	0.7853	0.7125	1.0604	1.4812	0.6751	1.0102		
	2	0.7555	1.4127	1.6020	0.9432	1.0602		1.1937	1.6005
	3	0.6849	2.0854	2.1950	0.6241	1.6024		1.9697	4.5404
	4	0.5060	2.7133	2.7601	0.3667	2.7274		2.6657	8.8633
	5	0.7983		0.7983			0.7983		
10	1	0.7592	0.3413	0.8324	1.8241	0.5482	0.6096		
	2	0.7467	1.0195	1.2637	1.1818	0.8462		0.6941	0.4145
	3	0.7159	1.6836	1.8295	0.7826	1.2778		1.5238	2.8507
	4	0.6475	2.3198	2.4085	0.5377	1.8598		2.2276	5.7152
	5	0.4777	2.9128	2.9517	0.3237	3.0895		2.8734	9.9130

図 8.33: 等リップル誤差が 0.05°の線形位相フィルタの設計表

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F ₀	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
2	1	0.8590	0.6981	1.1069	1.5521	0.6443	1.0000		
3	1	0.6969	1.1318	1.3292	1.0486	0.9536		0.8918	0.9836
	2	0.8257		0.8257			0.8257		
4	1	0.7448	0.5133	0.9045	1.6468	0.6072	0.7597		
	2	0.6037	1.4983	1.6154	0.7475	1.3379		1.3713	3.1817
5	1	0.6775	0.9401	1.1588	1.1693	0.8552		0.6518	0.4579
	2	0.5412	1.8256	1.9041	0.5684	1.7592		1.7435	5.2720
	3	0.7056		0.7056			0.7056		
6	1	0.6519	0.4374	0.7850	1.6608	0.6021	0.6522		
	2	0.6167	1.2963	1.4355	0.8592	1.1639		1.1402	2.2042
	3	0.4893	2.0982	2.1545	0.4542	2.2016		2.0404	7.0848
7	1	0.6190	0.8338	1.0385	1.1922	0.8388		0.5586	0.3798
	2	0.5816	1.6455	1.7453	0.6665	1.5004		1.5393	4.0353
	3	0.4598	2.3994	2.4431	0.3764	2.6567		2.3549	8.6433
	4	0.6283		0.6283			0.6283		
8	1	0.5791	0.3857	0.6958	1.6646	0.6007	0.5764		
	2	0.5665	1.1505	1.2824	0.8835	1.1319		1.0014	2.0187
	3	0.5303	1.8914	1.9643	0.5399	1.8521		1.8155	5.6819
	4	0.4148	2.5780	2.6112	0.3177	3.1475		2.5444	10.0703
9	1	0.5688	0.7595	0.9489	1.1989	0.8341		0.5033	0.3581
	2	0.5545	1.5089	1.6076	0.6899	1.4496		1.4033	3.7748
	3	0.5179	2.2329	2.2922	0.4519	2.2130		2.1720	7.1270
	4	0.4080	2.9028	2.9313	0.2784	3.5923		2.8740	11.1925
	5	0.5728		0.5728			0.5728		
10	1	0.5249	0.3487	0.6302	1.6659	0.6003	0.5215		
	2	0.5193	1.0429	1.1650	0.8915	1.1217		0.9044	1.9598
	3	0.5051	1.7264	1.7988	0.5616	1.7806		1.6509	5.3681
	4	0.4711	2.3850	2.4311	0.3876	2.5802		2.3380	8.3994
	5	0.3708	2.9940	3.0169	0.2458	4.0681		2.9709	12.2539

図 8.34: 等リップル誤差が 0.5°の線形位相フィルタの設計表

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F ₀	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
3	1	0.9360	1.2168	1.5352	1.2194	0.8201		0.7775	0.2956
	2	0.9360		0.9360			0.9360		
4	1	0.9278	1.6995	1.9363	0.9583	1.0435			
	2	0.9192	0.5560	1.0743	1.7113	0.5844	0.8582	1.4239	1.5025
5	1	0.8075	0.9973	1.2832	1.2585	0.7946		0.5853	0.1921
	2	0.7153	0.2053	0.7442	1.9224	0.5202	0.5065		
	3	0.8131		0.8131			0.8131		
6	1	0.7019	0.4322	0.8243	1.7030	0.5872	0.6627		
	2	0.6667	1.2931	1.4549	0.9165	1.0911		1.1080	1.7809
	3	0.4479	2.1363	2.1827	0.4104	2.4366		2.0888	7.9227
7	1	0.6155	0.7703	0.9860	1.2485	0.8010		0.4632	0.2168
	2	0.5486	1.5154	1.6116	0.6808	1.4639		1.4126	3.8745
	3	0.2905	2.1486	2.1681	0.2680	3.7318		2.1289	11.5169
	4	0.6291		0.6291			0.6291		
8	1	0.5441	0.3358	0.6394	1.7020	0.5876	0.5145		
	2	0.5175	0.9962	1.1226	0.9220	1.0846		0.8512	1.7432
	3	0.4328	1.6100	1.6672	0.5192	1.9260		1.5507	5.9962
	4	0.1978	2.0703	2.0797	0.1902	5.2571		2.0608	14.4545
9	1	0.4961	0.6192	0.7934	1.2505	0.7997		0.3705	0.2116
	2	0.4568	1.2145	1.2976	0.7041	1.4203		1.1253	3.6221
	3	0.3592	1.7429	1.7795	0.4037	2.4771		1.7055	8.0594
	4	0.1489	2.1003	2.1056	0.1414	7.0704		2.0950	17.0107
	5	0.5065		0.5065			0.5065		
10	1	0.4535	0.2794	0.5327	1.7028	0.5873	0.4283		
	2	0.4352	0.8289	0.9362	0.9297	1.0756		0.7055	1.6904
	3	0.3886	1.3448	1.3998	0.5552	1.8011		1.2874	5.4591
	4	0.2908	1.7837	1.8072	0.3218	3.1074		1.7598	9.9618
	5	0.1136	2.0599	2.0630	0.1101	9.0802		2.0568	19.1751

図 8.35: ガウス特性から 12 dB 減衰するフィルタの設計表

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F ₀	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
3	1	0.9622	1.2214	1.5549	1.2377	0.8080		0.7523	0.2448
	2	0.9776	0.5029	1.0994	1.7785	0.5623	0.8338		
4	1	0.7940	0.5029	0.9399	1.6896	0.5919	0.7636		
	2	0.6304	1.5407	1.6647	0.7574	1.3203		1.4058	3.0859
5	1	0.6190	0.8254	1.0317	1.1999	0.8334		0.5460	0.3548
	2	0.3559	1.5688	1.6087	0.4425	2.2600		1.5279	7.3001
	3	0.6650		0.6650			0.6650		
6	1	0.5433	0.3431	0.6426	1.6910	0.5914	0.5215		
	2	0.4672	0.9991	1.1029	0.8472	1.1804		0.8831	2.2992
	3	0.2204	1.5067	1.5227	0.2895	3.4545		1.4905	10.8596
7	1	0.4580	0.5932	0.7494	1.2223	0.8182		0.3770	0.2874
	2	0.3649	1.1286	1.1861	0.6153	1.6253		1.0680	4.6503
	3	0.1522	1.4938	1.5015	0.2027	4.9328		1.4860	13.9067
	4	0.4828		0.4828			0.4828		
8	1	0.4222	0.2640	0.4979	1.6958	0.5897	0.4026		
	2	0.3833	0.7716	0.8616	0.8898	1.1239		0.6697	1.9722
	3	0.2678	1.2066	1.2360	0.4333	2.3076		1.1765	7.4721
	4	0.1122	1.4798	1.4840	0.1512	6.6134		1.4755	16.4334
9	1	0.3700	0.4704	0.5985	1.2365	0.8088		0.2905	0.2480
	2	0.3230	0.9068	0.9626	0.6711	1.4901		0.8473	3.9831
	3	0.2309	1.2634	1.2843	0.3596	2.7811		1.2421	9.0271
	4	0.0860	1.4740	1.4765	0.1165	8.5804		1.4715	18.6849
	5	0.3842		0.3842			0.3842		
10	1	0.3384	0.2101	0.3983	1.6991	0.5885	0.3212		
	2	0.3164	0.6180	0.6943	0.9114	1.0972		0.5309	1.8164
	3	0.2677	0.9852	1.0209	0.5244	1.9068		0.9481	5.9157
	4	0.1849	1.2745	1.2878	0.2871	3.4825		1.2610	10.9284
	5	0.0671	1.4389	1.4405	0.0931	10.7401		1.4373	20.6296

図 8.36: ガウス特性から 6 dB 減衰するフィルタの設計表

注記:

注記:

8.5: 周波数変換

これまでは、ローパス構成を使ったフィルタのみを検討してきました。このセクションでは、ローパス・プロトタイプ構成を他の構成、つまりハイパス、バンドリジェクト（ノッチ）、オールパスに変換する方法について説明します。

ローパスからハイパスへの変換

ローパス・プロトタイプは、伝達関数で $1/s$ だけスケールリングすることにより、ハイパス・フィルタに変換されます。現実的には、パッシブ・フィルタの設計の場合、これはコンデンサが $1/C$ の値のインダクタに、インダクタが $1/L$ の値のコンデンサになることを意味します。アクティブ・フィルタの設計の場合には、抵抗が $1/R$ の値のコンデンサに、コンデンサが $1/C$ の値の抵抗になります。これは、周波数を設定する抵抗のみに適用され、ゲインの設定のみに使用する抵抗には適用されません。

この変換を考察する別の方法は、 s 平面で変換を検討することです。ローパス・プロトタイプの複素極対は、実数部 α と虚数部 β から構成されています。正規化されたハイパス・フィルタの極は次式で与えられます。

$$\alpha_{\text{HP}} = \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} \quad \text{式 8-46}$$

および、

$$\beta_{\text{HP}} = \frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \quad \text{式 8-47}$$

単純な極 α_0 は以下のように変換されます。

$$\alpha_{\omega, \text{HP}} = \frac{1}{\alpha_0} \quad \text{式 8-48}$$

ローパス・フィルタのゼロ ω_{ZLP} は以下のように変換されます。

$$\omega_{\text{ZHP}} = \frac{1}{\omega_{\text{ZLP}}} \quad \text{式 8-49}$$

さらに、極の数と同数のゼロが s 平面の原点に加えられます。

正規化されたローパス・プロトタイプの極とゼロはハイパス・フィルタのものに変換され、次にローパス・フィルタと同様に周波数とインピーダンスによって非正規化されます。

例として、3 極の 1 dB チェビシェフ・ローパス・フィルタをハイパス・フィルタに変換します。

前のセクションの設計表から以下の値が得られます。

$$\begin{aligned}\alpha_{LP1} &= .2257 \\ \beta_{LP1} &= .8822 \\ \alpha_{LP2} &= .4513\end{aligned}$$

これらは以下の値に変換されます。

$$\begin{aligned}\alpha_{HP1} &= .2722 \\ \beta_{HP1} &= 1.0639 \\ \alpha_{HP2} &= 2.2158\end{aligned}$$

そして、以下の値が得られます。

$$\begin{aligned}F_{01} &= 1.0982 \\ \alpha &= .4958 \\ Q &= 2.0173 \\ F_{02} &= 2.2158\end{aligned}$$

この変換の実施例を後半のセクションで示します。

ハイパス・フィルタは、ローパス・フィルタの向きを変えた特性とみなすことができます。ローパス・フィルタが DC での応答が平坦であるのに対して、s 平面の原点にゼロがあるために $n \times (20 \text{ dB/decade})$ の立上がり応答を示します。ここで、n は極の数です。コーナー周波数の応答は、

この立上がり応答に極が追加されるため、 $n \times (-20 \text{ dB/decade})$ となります。これにより、コーナー周波数より上では平坦な応答になります。

ローパスからバンドパスへの変換

バンドパス応答への変換は多少複雑になります。バンドパス・フィルタは、極の位置の間隔によって広帯域のものと狭帯域のものに分類できます。バンドパス・フィルタのコーナー周波数が大きく（2 オクターブ以上）離れている場合、フィルタは広帯域のものになり、ローパスとハイパスの別々のセクションで構成し、これらをカスケード接続することができます。これは、極が大きく離れているときにローパスとハイパスの相互干渉が最小になるということを前提とします。この状況は、極の間隔が 2 オクターブ未満の狭帯域のバンドパス・フィルタの場合には当てはまりません。ここでは、狭帯域の場合について説明します。

ハイパスへの変換のように、ローパス・プロトタイプの複素極対 α と β から開始します。この極対は複素共役であることが知られています。これは DC (0 Hz) に対して対称であることを示しています。バンドパスへの変換の場合のプロセスは、ローパス・プロトタイプの DC 周辺の応答の鏡像を新たな中心周波数 F_0 の同じ応答に変換することです。

これにより、バンドパスへの変換が完了すると極とゼロの数が 2 倍になることがわかります。ローパス・フィルタの場合のように、実軸より下の極とゼロは無視されます。そのため、n 次のローパス・プロトタイプは、フィルタの次数が $2n$ になるにもかかわらず、n 次のバンドパスに変換されます。

ローパス・プロトタイプが $n/2$ 個のセクションで構成されるのに対して、 n 次のバンドパス・フィルタは n 個のセクションで構成されます。 n 個の極が上がり n 個の極が下がる応答を考えると好都合かもしれません。

Q_{BP} の値は次式で決まります。

$$Q_{BP} = \frac{F_0}{BW} \quad \text{式 8-50}$$

ここで、 BW は特定のレベル（一般に -3 dB）の帯域幅です。

ローパスの極を等価なバンドパスの極に変換するアルゴリズムは、ゲッフェ（参考資料 16）によって決められました。

ローパス・プロトタイプの極の位置が次式で与えられ、

$$-\alpha \pm j\beta \quad \text{式 8-51}$$

これらと F_0 と Q_{BP} の値を使った以下の計算により、バンドパス・フィルタのセクションの対を決める Q と F_H と F_L の周波数の 2 組の値が求められます。

$$C = \alpha^2 + \beta^2 \quad \text{式 8-52}$$

$$D = \frac{2\alpha}{Q_{BP}} \quad \text{式 8-53}$$

$$E = \frac{C}{Q_{BP}^2} + 4 \quad \text{式 8-54}$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} \quad \text{式 8-55}$$

$$Q = \sqrt{\frac{E+G}{2D^2}} \quad \text{式 8-56}$$

各セクションの Q は同じ値になります。

極の周波数は次式で求められます。

$$M = \frac{\alpha Q}{Q_{BP}} \quad \text{式 8-57}$$

$$W = M + \sqrt{M^2 - 1} \quad \text{式 8-58}$$

$$F_{BP1} = \frac{F_0}{W} \quad \text{式 8-59}$$

$$F_{BP2} = W F_0 \quad \text{式 8-60}$$

また、それぞれの極対は、 s 平面の原点に位置する 2 つのゼロに変換されます。

振幅が α_0 の正規化されたローパス・フィルタの実数の極は、以下のようにバンドパス・セクションに変換されます。

$$Q = \frac{Q_{BP}}{\alpha_0} \quad \text{式 8-61}$$

また、周波数は F_0 となります。

それぞれの単極の変換も s 平面の原点にゼロを生じます。

楕円関数のローパス・プロトタイプには極の他にゼロが含まれます。フィルタを変換する際にはゼロも変換する必要があります。ローパスのゼロを $\pm j\omega_z$ とした場合、バンドパスのゼロは以下のように求められます。

$$M = \frac{\alpha Q}{Q_{BP}} \quad \text{式 8-62}$$

$$W = M + \sqrt{M^2 - 1} \quad \text{式 8-63}$$

$$F_{BP1} = \frac{F_0}{W} \quad \text{式 8-64}$$

$$F_{BP2} = W F_0 \quad \text{式 8-65}$$

バンドパス・フィルタのゲインは F_0 ではなく F_{BP} にピークがあるため、フィルタ全体の応答を正規化するためには振幅関数を調整する必要があります。それぞれのフィルタのセクションのゲインは次式で与えられます。

$$A_R = A_0 \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{F_0}{F_{BP}} - \frac{F_{BP}}{F_0} \right)^2} \quad \text{式 8-66}$$

ここで、

A_0 = フィルタの中心周波数でのゲイン

A_R = フィルタのセクションの共振点でのゲイン

F_0 = フィルタの中心周波数

F_{BP} = フィルタのセクションの共振周波数

ここでも、3 極の 1 dB チェビシェフ・フィルタを例として使用します。

$$\alpha_{LP1} = .2257$$

$$\beta_{LP1} = .8822$$

$$\alpha_{LP2} = .4513$$

中心周波数が 1 Hz で 0.5 Hz の 3 dB 帯域幅を任意に与えると、次の値が得られます。

$$Q_{BP} = 2$$

極対に対して計算を行うと、以下の中間結果が得られます。

$$C = 0.829217 \quad D = 0.2257$$

$$E = 4.2073 \quad G = 4.18302$$

$$M = 1.0247 \quad W = 1.245$$

および、

$$F_{BP1} = 0.80322 \quad F_{BP2} = 1.24499$$

$$Q_{BP1} = Q_{BP2} = 9.0749$$

$$\text{ゲイン} = 4.1318$$

また、単極に対しては以下が得られます。

$$F_{BP3} = 1 \qquad Q_{BP3} = 4.431642$$

$$\text{ゲイン} = 1$$

全ての実施例については後半のセクションであらためて示します。

ローパスからバンドリジェクト（ノッチ）への変換

バンドパスの場合のように、バンドリジェクト・フィルタは、極の間隔が 2 オクターブ以上離れているかどうかによって広帯域または狭帯域のいずれかになります。混乱を避けるため、フィルタが広帯域の場合はバンドリジェクト・フィルタを指すこととし、狭帯域フィルタはノッチ・フィルタを指すこととします。

ノッチ・フィルタを形成する 1 つの方法は、バンドパス・フィルタとして構成し、その出力を入力から差し引くことです（1 - BP フィルタ）。もう 1 つの方法は、ローパスとハイパスのセクションをカスケード接続することで、特にバンドリジェクト（広帯域）の場合に使われます。この場合、2 つのセクションを並列に接続し、出力を差分にします。

バンドパス・フィルタがローパス・プロトタイプを直接変換したもの（この場合 DC が F_0 に変換される）であると同様に、ノッチ・フィルタはまずハイパス・フィルタに変換され、ゼロである DC が F_0 に変換されます。

より一般的な方法は極を直接変換することです。ノッチ・フィルタへの変換では、2 つの複素極対と、それぞれのローパスの極対からの 2 次の虚軸のゼロの対が生じます。

まず、 Q_{BP} の値が次式で決まります。

$$Q_{BR} = \frac{F_0}{BW} \qquad \text{式 8-67}$$

ここで、BW は - 3dB の帯域幅です。

ローパス・プロトタイプの極の位置が次式で与えられ、

$$-\alpha \pm j\beta \qquad \text{式 8-68}$$

これらと F_0 と Q_{BR} の値を使った以下の計算により、ノッチ・フィルタのセクションの対を決める Q と F_H と F_L の周波数の 2 組の値が求められます。

$$C = \alpha^2 + \beta^2 \quad \text{式 8-69}$$

$$D = \frac{\alpha}{Q_{BR}C} \quad \text{式 8-70}$$

$$E = \frac{\beta}{Q_{BR}C} \quad \text{式 8-71}$$

$$F = E^2 - D^2 + 4 \quad \text{式 8-72}$$

$$G = \sqrt{\frac{E}{2} + \sqrt{\frac{E^2}{4}}} + D^2 E^2 \quad \text{式 8-73}$$

$$H = \frac{DE}{G} \quad \text{式 8-74}$$

$$K = \frac{1}{2} \sqrt{(D+H)^2 + (E+G)^2} \quad \text{式 8-75}$$

$$Q = \frac{K}{D+H} \quad \text{式 8-76}$$

極の周波数は次式で与えられます。

$$F_{BR1} = \frac{F_0}{K} \quad \text{式 8-77}$$

$$F_{BR2} = K F_0 \quad \text{式 8-78}$$

$$F_Z = F_0 \quad \text{式 8-79}$$

$$F_0 = \sqrt{F_{BR1} * F_{BR2}} \quad \text{式 8-80}$$

ここで、 F_0 はノッチ周波数で、 F_{BR1} と F_{BR2} を相乗平均した値です。

$$Q = Q_{BR} \alpha_0 \quad \text{式 8-81}$$

単純な実数の極 α_0 は、次式で与えられる Q を持つ 1 つのセクションに変換されます。

ここで、周波数 $F_{BR} = F_0$ で、また F_0 でトランスミッション・ゼロになります。

低レベルのセンサー計測から電源ラインの周波数（ハム）を除去するなどの場合、特定の周波数のノッチ・フィルタを設計することになります。

B の帯域幅において A dB の減衰が必要であると仮定すると、単一周波数のノッチに必要な Q は次式で決まります。

$$Q = \frac{\omega_0}{B \sqrt{10^{0.1 A} - 1}} \quad \text{式 8-82}$$

ローパス・プロトタイプを変換するため、3 極の 1 dB チェビシェフ・フィルタを再び例として使用します。

$$\begin{aligned}\alpha_{LP1} &= .2257 \\ \beta_{LP1} &= .8822 \\ \alpha_{LP2} &= .4513\end{aligned}$$

中心周波数が 1 Hz で 0.1 Hz の 3 dB 帯域幅を任意に与えると、次の値が得られます。

$$Q_{BR} = 10$$

極対に対して計算を行うと、以下の中間結果が得られます。

$$\begin{aligned}C &= 0.829217 & D &= 0.027218 \\ E &= 0.106389 & F &= 4.01058 \\ G &= 2.002643 & H &= 0.001446 \\ K &= 1.054614\end{aligned}$$

および

$$\begin{aligned}F_{BR1} &= 0.94821 & F_{BR2} &= 1.0546 \\ Q_{BR1} &= Q_{BR2} &= 36.7918\end{aligned}$$

また、単極に対して

$$F_{BP3} = 1 \quad Q_{BP3} = 4.4513$$

この場合も、全ての実施例については後半のセクションで示します。

ローパスからオールパスへの変換

ローパスからオールパスへの変換は、s 平面の左側のそれぞれの極に相当するゼロを右側に加えることによって行います。

しかしながら、一般にオールパス・フィルタはこのような設計はしません。オールパス・フィルタの主な目的は、別のフィルタの遅延を均等化することにあります。通信での多くの変調方式ではさまざまな形態の直交変調を行い、信号の振幅と位相の両方を処理します。

オールパス・フィルタは、遅延を追加し、振幅を変えることなく遅延曲線を平坦にします。多くの場合、このイコライザに近似したものは入手できません。その代り、振幅フィルタを設計して遅延を計算したり測定したりします。この場合、グラフによる手段やコンピュータ・プログラムを使って、均等化に必要なセクションを割り出します。

このイコライザのそれぞれのセクションは、ゼロの相互作用によってローパス・プロトタイプの 2 倍の遅延を生じます。セクションの必要な数の大まかな推測値は次式で与えられます。

$$n = 2 \Delta_{BW} \Delta_T + 1 \quad \text{式 8-83}$$

ここで、 Δ_{BW} は対象となる帯域幅で単位はヘルツ、 Δ_T は Δ_{BW} 全体の遅延歪みで単位は秒です。

8.6: フィルタの実現方法

どのようなフィルタを実現するかが決まったので、今度は実現する方法を決める必要があります。つまり、使用するフィルタ構成を決める必要があります。フィルタの設計では 2 段階の手順を踏みます。まずどのフィルタを実現するか（フィルタの伝達関数）を決め、次に実現方法（回路に用いる構成）を決めます。

一般に、フィルタは実数の極が 1 つのセクションと極対のセクションで実現します。フィルタを 3 つの極または高次のセクションで構成することができますが、セクション間の相互作用が大きくなることにより、部品に与える影響が大きくなります。

各種セクションを分離するためにバッファを使うことが重要です。さらに、全てのフィルタ・セクションが低インピーダンス源で駆動されることが想定されます。どのような信号源インピーダンスも、フィルタ入力に直列に接続されるものとしてモデル化できます。

全ての設計式には以下の表記を用いることにします。

H = 通過帯域または共振点の回路ゲイン

F_0 = カットオフ周波数または共振周波数（単位はヘルツ）

$\omega\omega_0$ = カットオフ周波数または共振周波数（単位はラジアン／秒）

Q = 回路の「クオリティ・ファクタ」。回路のピーキングを示す

α $\alpha = 1/Q$ = ダンピング比

不本意ながら、記号 α はダンピング比として使われています。これは極の位置 ($\alpha \pm j\beta$) を表すのに使われる α と同じものではありません。同様に、 Q は回路のクオリティ・ファクタであり、部品のクオリティ・ファクタでもあります。これらは異なるものです。

回路の Q は回路のピーキングの大きさを示します。これは、 s 平面の原点に対する極の角度の関数になります。部品の Q は、無損失であるべきリアクタンスの損失の大きさを示します。これらの損失は部品の寄生要素です。例えば、コンデンサではリーク抵抗、ESR（等価直列抵抗）などの損失要素、インダクタでは直列抵抗や寄生容量などの要素です。

単極の RC セクション

最も単純なフィルタのビルディング・ブロックはパッシブ RC セクションです。単極のセクションはローパスとハイパスのどちらのフィルタにもなり得ます。奇数次のフィルタには単極のセクションがあります。

ローパス・フィルタの RC セクションの基本構成を図 8.37 (A) に示します。ここでは負荷インピーダンスが大きい ($> \times 10$) と仮定しているので、回路に負荷がかかっていません。負荷がかかる場合、フィルタのシャント・アームと並列に接続されます。これに該当しない場合、このセクションをオペアンプでバッファする必要があります。抵抗とコンデンサを入れ替えることにより、ローパス・フィルタをハイパス・フィルタに変換することができます。ハイパス・フィルタの基本構成を図 8.37 (B) に示します。この場合も、負荷インピーダンスが大きいと仮定しています。

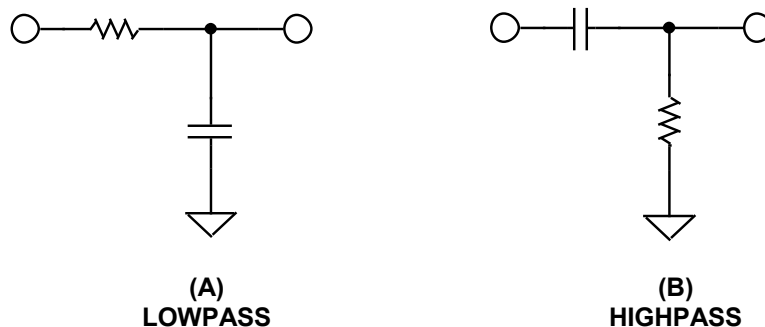


図 8.37: 単極のセクション

この極もアンプ回路に組み込むことができます。帰還ループにコンデンサを使ったアンプ回路を図 8.38 (A) に示します。この回路は、周波数の上昇とともに実効帰還インピーダンスが低下することによりゲインが小さくなることから、ローパス・フィルタとなります。

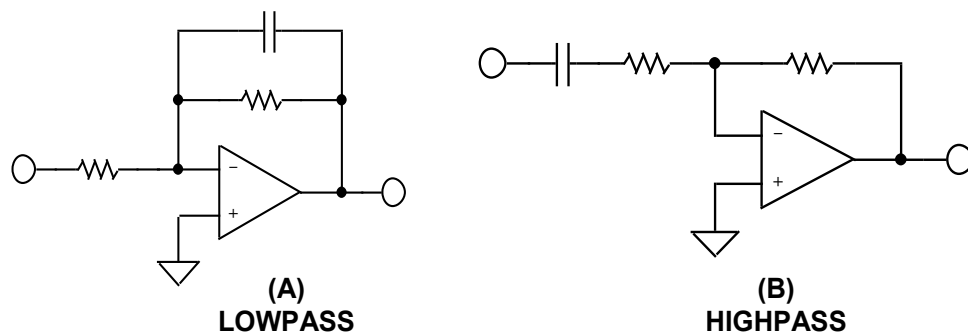


図 8.38: 単極のアクティブ・フィルタ・ブロック

図 8.38 (B) では入力抵抗と直列にコンデンサが接続されています。これにより、DC の信号が阻止されます。周波数が DC から上昇すると、コンデンサのインピーダンスが低下し、回路のゲインが大きくなります。これはハイパス・フィルタです。

単極フィルタの設計式を図 8.66 に示してあります。

パッシブ LC セクション

厳密にはオペアンプを使う機能ではありませんが、パッシブ・フィルタは一部のアクティブ・フィルタの構成の基本となるものであり、完全性を期すためにここで触れておきます。

アクティブ・フィルタのように、パッシブ・フィルタは個々のサブセクションから構成されています。ローパス・フィルタのセクションを図 8.39 に示します。フル・セクションは基本的な 2 極のセクションです。奇数次のフィルタでは、単極のセクションである 1 つのハーフ・セクションを使用します。図 8.40 に示す誘導 m 型のセクションは、トランスミッション・ゼロとともに極を必要とする設計に使われます。

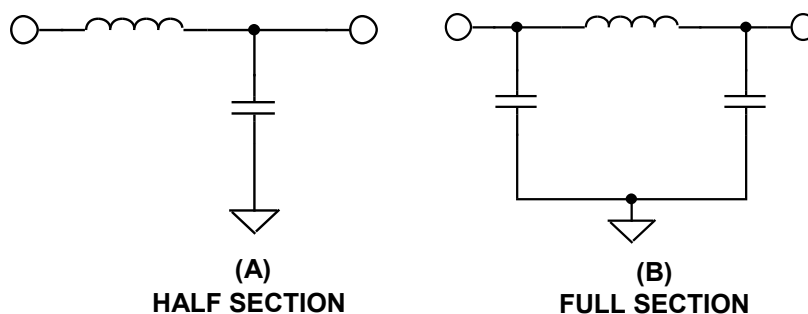


図 8.39: パッシブ・フィルタのブロック (ローパス)

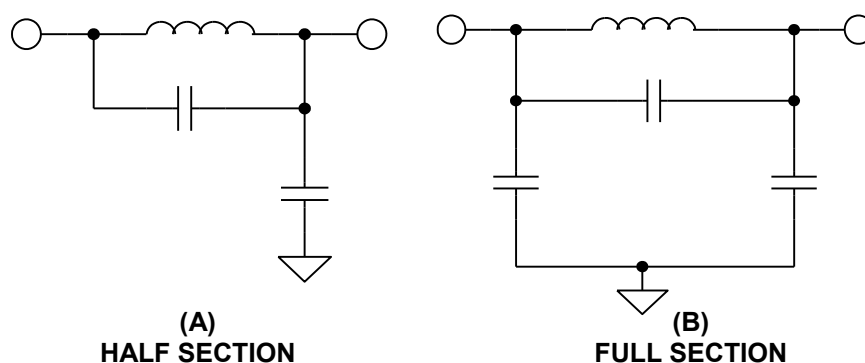


図 8.40: パッシブ・フィルタのブロック (ローパス、誘導 m 型)

コンデンサとインダクタを逆数の値に入れ替えるだけで、ローパス・フィルタをハイパス・フィルタに変換することができ (図 8.41 と図 8.42 を参照)、その逆も同様です。

$$L_{HP} = \frac{1}{C_{LP}} \quad \text{式 8-84}$$

および

$$C_{HP} = \frac{1}{L_{LP}} \quad \text{式 8-85}$$

変換ではトランスミッション・ゼロも次のように逆数になります。

$$\omega_{Z,HP} = \frac{1}{\omega_{Z,LP}} \quad \text{式 8-86}$$

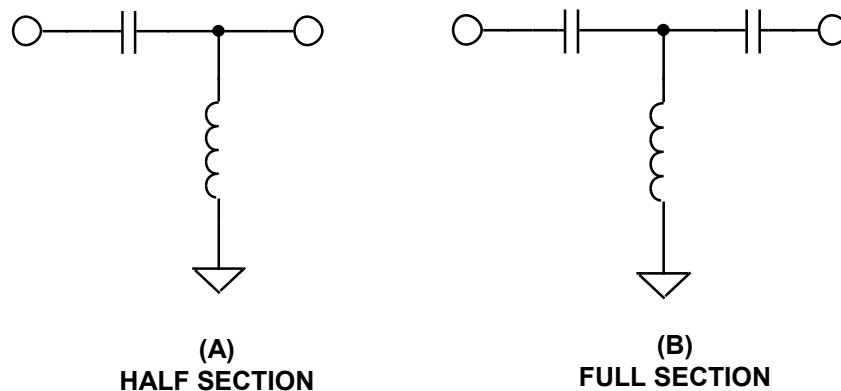


図 8.41: パッシブ・フィルタのブロック (ハイパス)

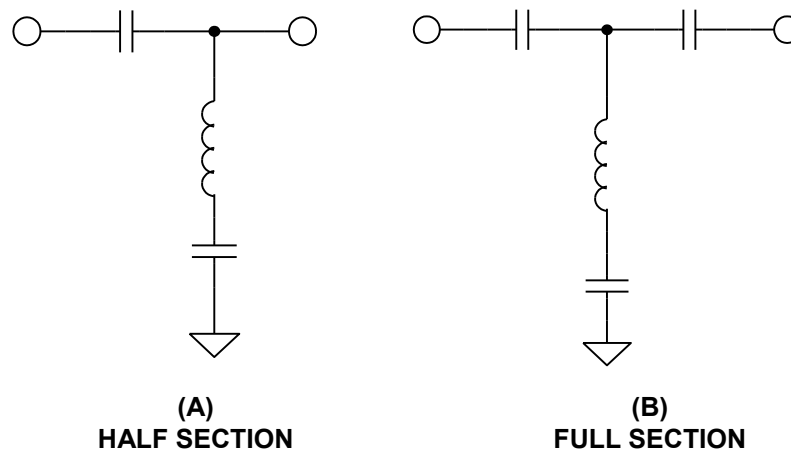


図 8.42: パッシブ・フィルタのブロック (ハイパス、誘導 m 型)

ローパス・プロトタイプは、図 8.43 の表を使って、バンドパス・フィルタやバンドリジェクト・フィルタに変換します。

パッシブ・フィルタを動作させるには、信号源インピーダンスと負荷インピーダンスを指定する必要があります。パッシブ・フィルタの設計で生じる 1 つの問題は多極フィルタの場合であり、各セクションが前のセクションの負荷になるとともに次のセクションの信号源インピーダンスになることです。そのため、部品の相互作用が大きな問題になります。

したがって、設計では一般にウィリアムスの著書（参考資料 2）などに掲載された表を使用します。

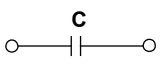
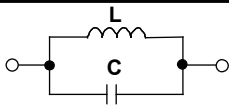
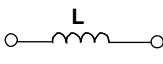
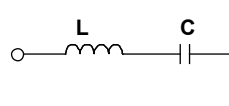
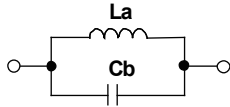
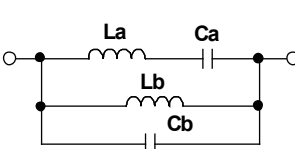
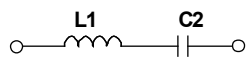
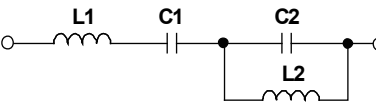
LOW-PASS BRANCH	BAND-PASS CONFIGURATION	CIRCUIT VALUES
		$C = \frac{1}{\omega_0^2 L}$
		$L = \frac{1}{\omega_0^2 C}$
		$Ca = \frac{1}{\omega_0^2 La}$
		$Lb = \frac{1}{\omega_0^2 Cb}$
		$C1 = \frac{1}{\omega_0^2 L1}$
		$L2 = \frac{1}{\omega_0^2 C2}$
HIGH-PASS BRANCH	BAND-REJECT CONFIGURATION	CIRCUIT VALUES

図 8.43: ローパス → バンドパスおよびハイパス → バンドリジェクトの変換

積分器

帰還回路網に周波数依存性のインピーダンスを加えると、逆周波数応答が得られます。例えば、周波数が高くなると減少する周波数依存のインピーダンスを持つコンデンサは、オペアンプの帰還回路網に加えると、図 8.44 のように積分器を形成します。

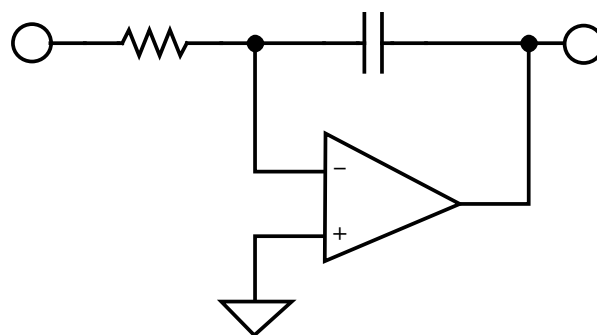


図 8.44: 積分器

積分器は、DC では高ゲイン（つまり、オペアンプのオープンループ・ゲイン）を持ちます。また、積分器はカットオフ周波数が 0 Hz のローパス・フィルタとみなすこともできます。

汎用インピーダンス変換器

汎用インピーダンス変換器のブロック図を図 8.45 に示します。この回路のインピーダンスは次のようになります。

$$Z = \frac{Z1 Z3 Z5}{Z2 Z4} \quad \text{式 8-87}$$

適切な箇所を 1 つまたは 2 つのコンデンサで置き換える（他の箇所は抵抗とする）と、いくつかのインピーダンスを合成することができます（参考資料 25 参照）。この構成には、回路の下端を接地しなければならないという 1 つの制約があります。

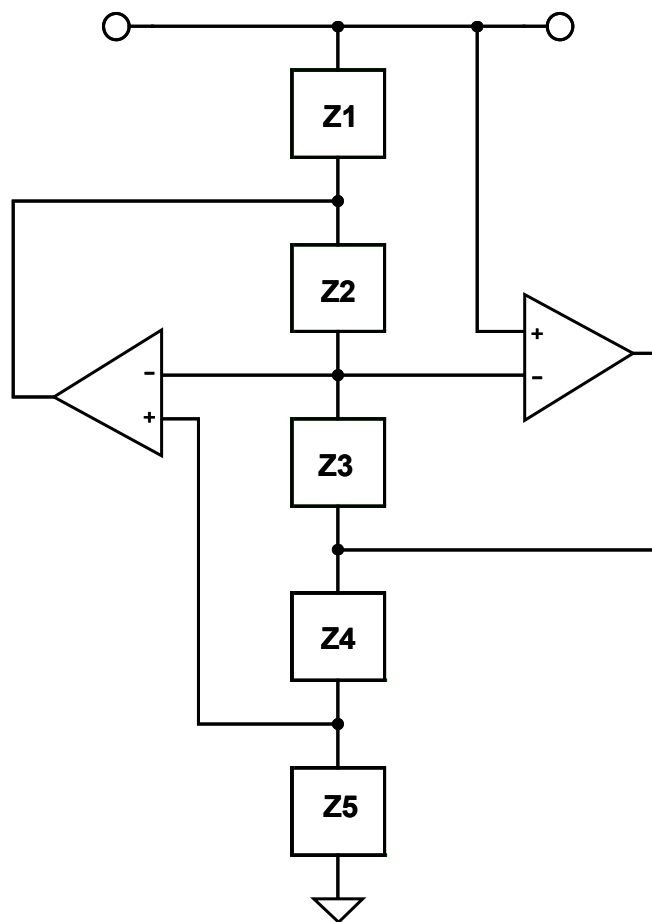


図 8.45: 汎用インピーダンス変換器

アクティブ・インダクタ

GIC（汎用インピーダンス変換器）において Z_4 をコンデンサに、 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 、 Z_5 を抵抗に置き換えると、インピーダンスは次のようになります。

$$Z_{11} = \frac{sC R_1 R_3 R_5}{R_2} \quad \text{式 8-88}$$

$$L = \frac{C R_1 R_3 R_5}{R_2} \quad \text{式 8-89}$$

この式を見ると、これは次の値のインダクタであることがわかります。

これはインダクタをシミュレーションする 1 つの方法であり、図 8.46 に示します。

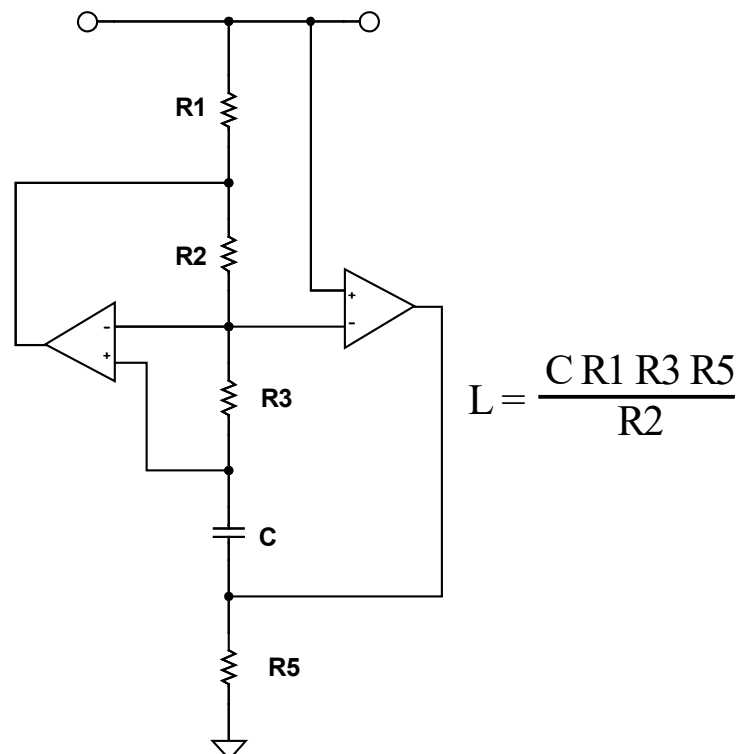


図 8.46: アクティブ・インダクタ

周波数依存性負性抵抗 (FDNR)

部品 Z_1 、 Z_3 、または Z_5 のうちの 2 つをコンデンサに置き替えると、周波数依存性負性抵抗 (FDNR) と呼ばれる回路構成になります。この回路のインピーダンスは次のようになります。

$$Z_{11} = \frac{sC^2 R_2 R_4}{R_5} \quad \text{式 8-90}$$

このインピーダンスは D エLEMENT と呼ばれており、値は次のようになります。

$$D = C^2 R_4 \quad \text{式 8-91}$$

この式は次のように仮定しています。

$$C_1 = C_2 \text{ および } R_2 = R_5 \quad \text{式 8-92}$$

構成可能な FDNR の 3 つの回路を図 8.47 に示します。

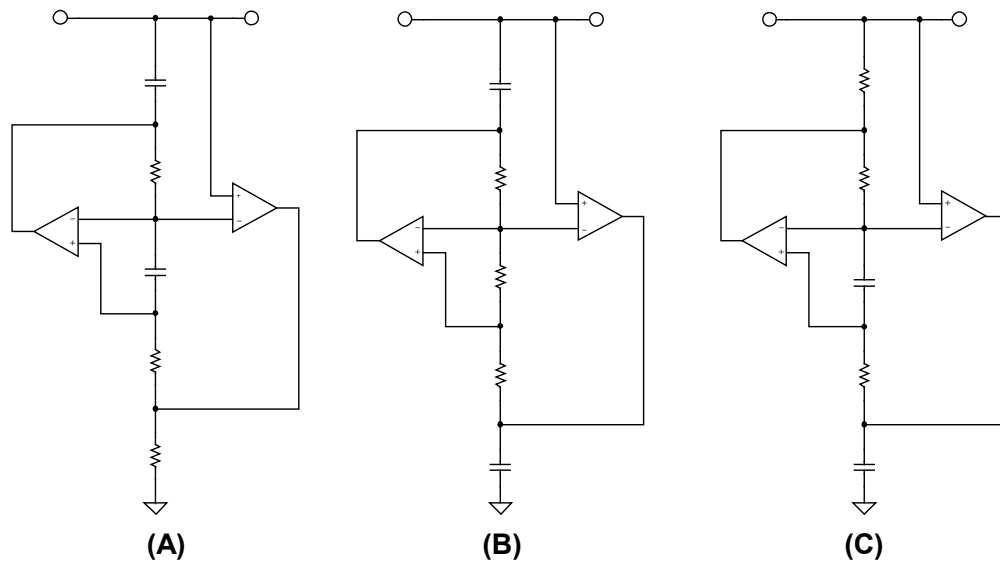


図 8.47: 周波数依存性負性抵抗のブロック

これら 3 つのブロックには理論的な差異はないので、置き換えが可能です。しかし実際には、いくつかの相違点があります。回路 (a) が好まれることがあります、それはアンプのバイアス電流のリターン・パスを提供する唯一のブロックだからです。

FDNR フィルタ (参考資料 24 参照) では、設計の基本として受動部品によるフィルタの実現方法が用いられます。パッシブ・フィルタのように、FDNR フィルタでは周波数とインピーダンスに対して非正規化する必要があります。これは一般に $1/s$ で変換する前に行います。まず、パッシブ・プロトタイプ・フィルタを非正規化し、その要素を $1/s$ で変換します。このことは、インピーダンスが sL に等しいインダクタが、インピーダンスが L の抵抗に変換されることを意味します。

値が R の抵抗はインピーダンスが R/s のコンデンサになり、インピーダンスが $1/sC$ のコンデンサは、インピーダンスが $1/s^2C$ の周波数依存性抵抗 D になります。FDNR の構成と D エLEMENT の GIC の実装に関連する変換を図 8.48 に示します。この変換をローパス、ハイパス、バンドパス、ノッチのそれぞれのフィルタに適用できますが、FDNR ブロックはシャント・アームに限定する必要があることに注意してください。

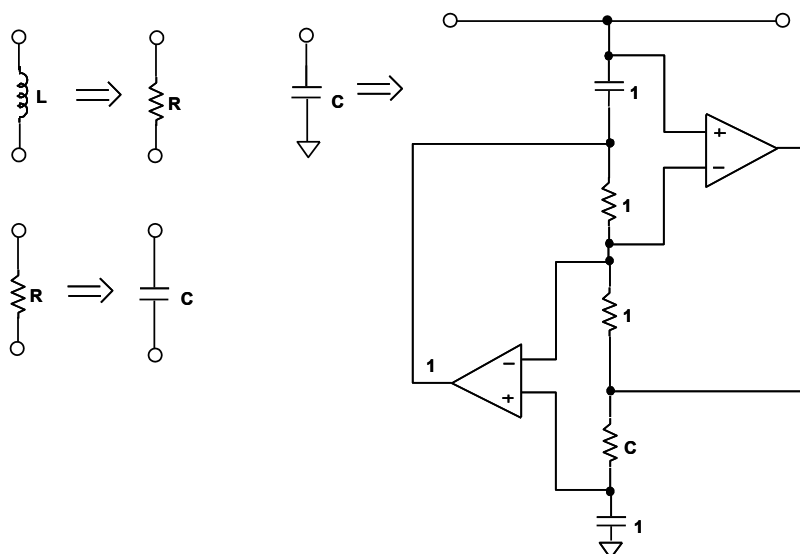


図 8.48: $1/s$ 変換

FDNR フィルタの実施例は次のセクションに含まれています。

ある領域で認識される FDNR フィルタの利点は、ノイズや歪み（信号に対して小さい）が加わる可能性がある直接信号経路にオペアンプが存在しないことです。また、このフィルタは部品のばらつきに比較的影響されません。FDNR のこれらの利点は、必要な部品数が増えることを代償としています。

サレンキー・フィルタ

電圧制御電圧源 (VCCS) としても知られるサレンキー回路は、MIT リンカーン研究所の R. P. Sallen と E. L. Key によって 1955 年に初めて紹介されたものです (参考資料 14 参照)。これは最も広く使われているフィルタ構成の 1 つであり、図 8.49 に示します。この構成が良く使われる理由の 1 つは、フィルタの性能がオペアンプの性能にほとんど影響されないことです。これは積分器とは対照的にオペアンプが増幅器として構成され、オペアンプのゲイン帯域幅の要件が最小限に抑えられるからです。このことは、所定のオペアンプに対して他のフィルタ構成よりも高い周波数のフィルタを設計できることを意味しています。その理由は、積分器として構成した場合のように、オペアンプのゲイン帯域幅積によってフィルタの性能が制限されることがないからです。フィルタを通る信号の位相は維持されます (非反転構成)。

この構成のもう 1 つの利点は、抵抗の最大値と最小値の比およびコンデンサの最大値と最小値の比 (部品の値の広がり) が小さいため、量産に適していることです。周波数と Q はどちらかというと無関係ですが、これらはゲインのパラメータに非常に敏感です。サレンキー回路は特に Q が大きいセクションでは、 Q は部品の値に非常に敏感です。サレンキー・ローパス・フィルタの設計式を図 8.67 に示します。

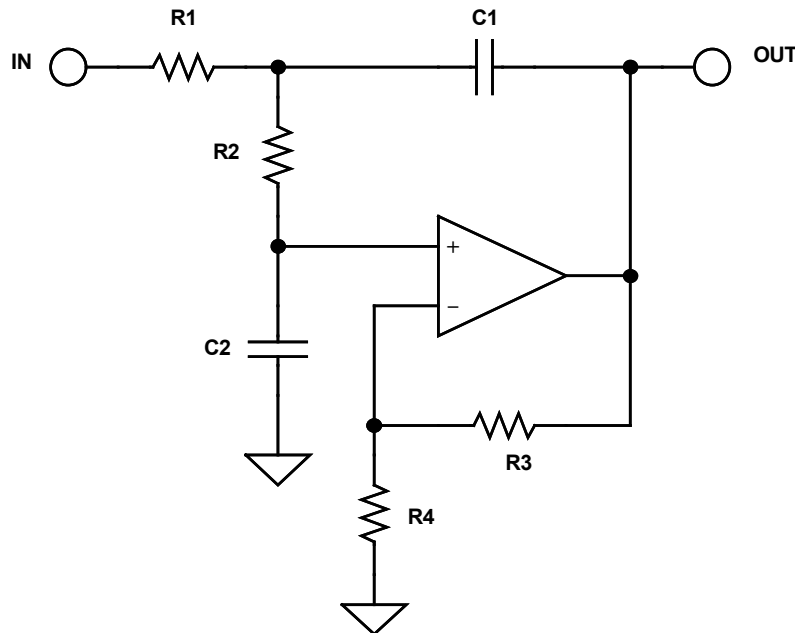


図 8.49: サレンキー・ローパス・フィルタ

サレンキー・ローパス・フィルタという特殊なケースがあります。ゲインを 2 に設定すると、コンデンサ値とともに抵抗値が等しくなります。

サレンキー・フィルタは広く使われていますが、部品の値が F_0 と Q に与える相互作用により、フィルタの調整が容易でないという重大な欠点があります。

ローパスをハイパスに変換するには、周波数を決定する回路網の抵抗とコンデンサ（アンプのゲイン調整抵抗ではない）を交換するだけです。これを図 8.50 に示します。ローパスのケースに対する前述のフィルタの感度についての注釈は、ハイパスのケースにも当てはまります。サレンキー・ハイパス・フィルタの設計式を図 8.68 に示します。

サレンキー・フィルタのバンドパスのケースには制約があります（下記の図 8.51 を参照）。Q の値によってフィルタのゲインが決まります。つまり、ローパスやハイパスの場合のように独立に設定することはできません。サレンキー・バンドパス・フィルタの設計式を図 8.69 に示します。

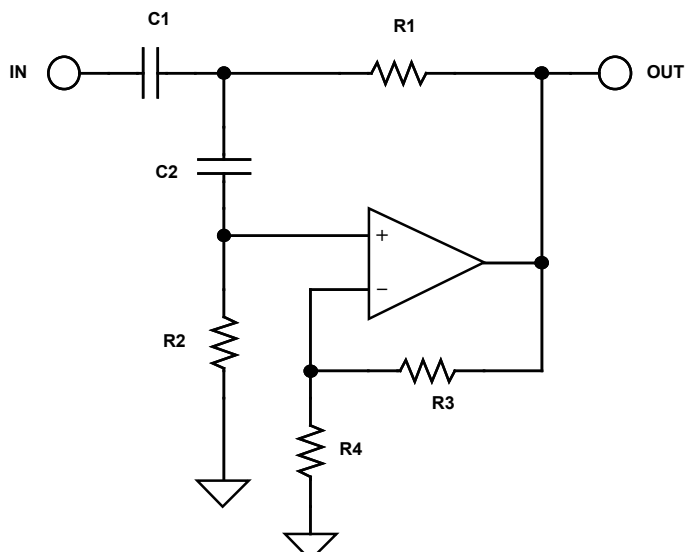


図 8.50: サレンキー・ハイパス・フィルタ

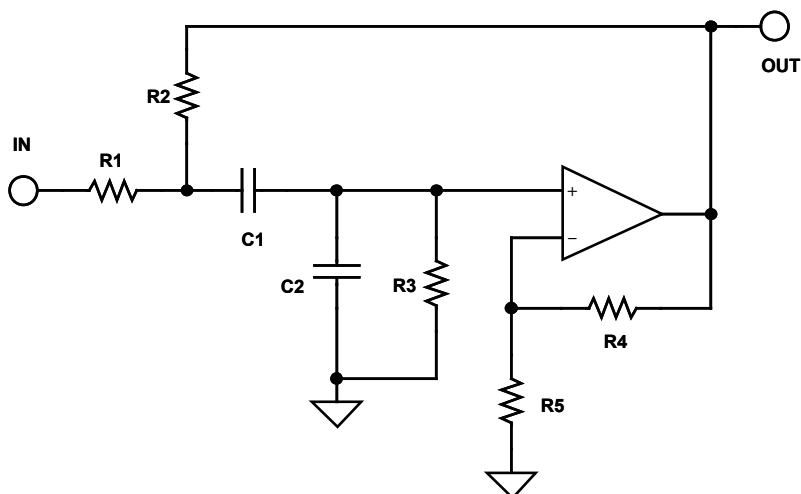


図 8.51: サレンキー・バンドパス・フィルタ

サレンキー・ノッチ・フィルタも構成できますが、これには望ましくない特性が多数あります。共振周波数つまりノッチ周波数は部品の相互作用があるため、容易に調整することはできません。

バンドパスの場合のように、このセクションのゲインは他の設計パラメータにより固定され、特にコンデンサでは部品の値が広範囲になります。このことと回路をより簡単に使用できることから、ここでは取り上げません。

多重帰還フィルタ

以下の図 8.52 に示すように、多重帰還フィルタではオペアンプを積分器として使用します。したがって、伝達関数のオペアンプのパラメータへの依存性は サレンキーの場合より大きくなります。オペアンプのオープンループ・ゲインには制限があるため、 Q が大きい高い周波数のセクションを作成することは困難です。経験則から、オペアンプのオープンループ・ゲインは共振（カットオフ）周波数での振幅応答より 20 dB（ $\times 10$ ）以上大きい必要があります。これにはフィルタの Q によって生じるピーキングも含まれます。 Q によるピーキングのため振幅 A_0 は次のようになります。

$$A_0 = H Q \quad \text{式 8-92}$$

ここで、 H は回路のゲインです。多重帰還フィルタは信号の位相を反転させます。これは、フィルタ自体の位相シフトに反転した 180° の位相シフトを加えることに相当します。

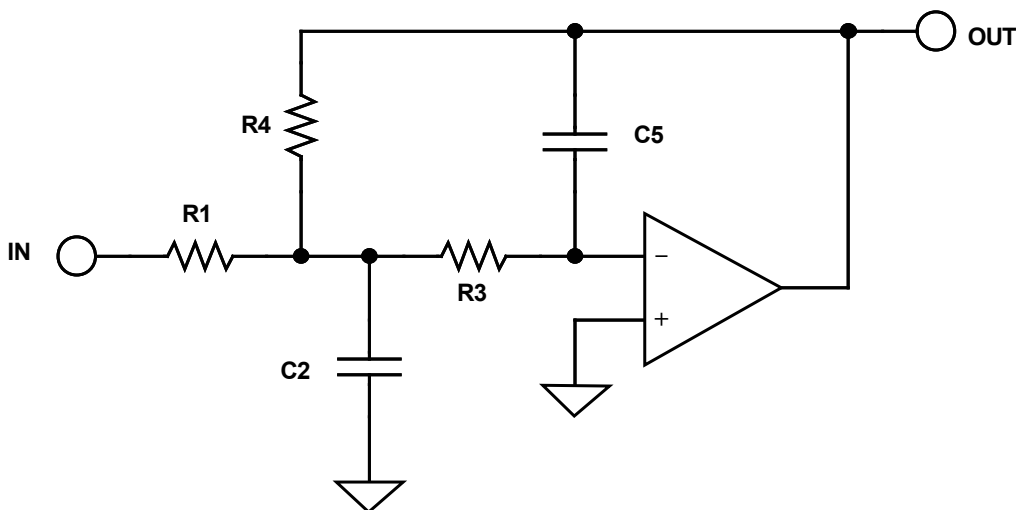


図 8.52: 多重帰還ローパス・フィルタ

多重帰還の場合は、サレンキーの場合より部品値の最大値と最小値との比が大きくなります。多重帰還ローパス・フィルタの設計式を図 8.70 に示します。

多重帰還ローパスのケースについての注釈は、ハイパスのケースにも当てはまります

（図 8.53 を参照）。ローパスのケースをハイパスのケースに変換するため、ここでも抵抗とコンデンサを入れ替えていることに注意してください。多重帰還ハイパス・フィルタの設計式を図 8.71 に示します。

多重帰還バンドパスのケース（図 8.54 を参照）の設計式を図 8.72 に示します。

この回路は Q が小さい (< 20) アプリケーションで広く使われています。R2 を可変にすることにより、共振周波数 F_0 をある程度調整することができます。 Q の値も R5 で調整できますが、これによって F_0 の値も変化します。

F_0 の調整は、フィルタへの入力をオシロスコプの垂直チャンネルに接続し、水平チャンネルでフィルタの出力をモニタリングすることにより行うことができます。オシロスコプの表示はリサージュ・パターンになります。このパターンは楕円になり、位相シフトが 180° になるため、共振時にはパターンがつぶれて直線になります。出力が最大になるように調整することもできますが、最大出力は共振時にも生じます。ただし、特にピークが顕著でない小さい Q の値の場合など、通常はそれほど正確ではありません。

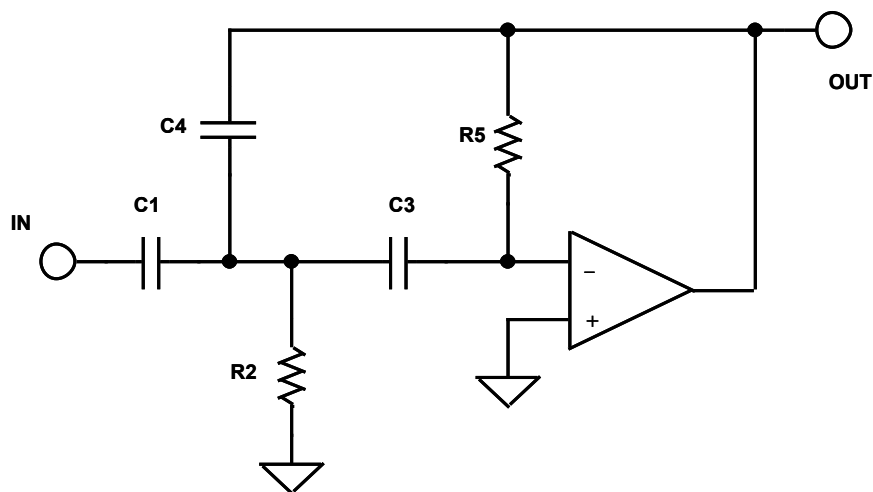


図 8.53: 多重帰還ハイパス・フィルタ

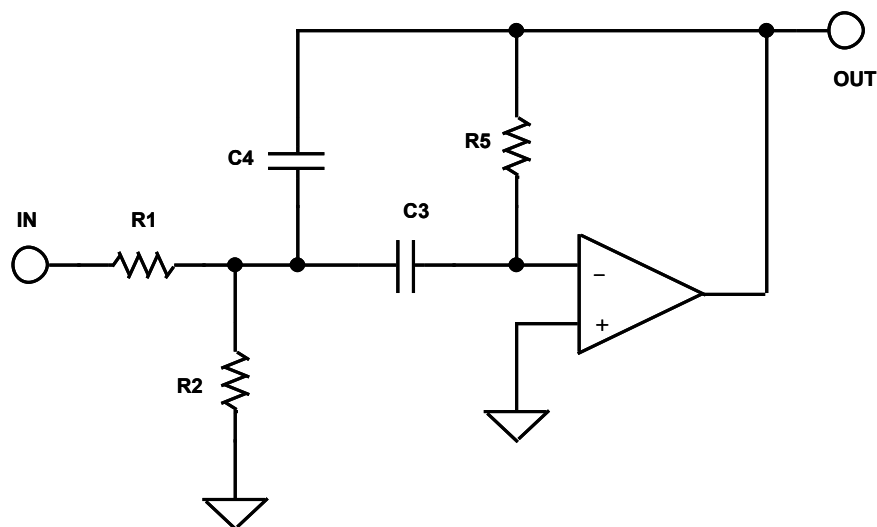


図 8.54: 多重帰還バンドパス・フィルタ

状態変数フィルタ

状態変数フィルタを実現したもの（参考資料 11 参照）を図 8.55 に、また設計式を図 8.73 に示します。この構成により、回路要素は増えますが、最も正確なフィルタを実現することができます。3 つの主要なパラメータ（ゲイン、 Q 、 ω_0 ）は個別に調整でき、ローパス、ハイパス、バンドパスの各出力が同時に得られます。ローパスとハイパスの出力の位相は反転していますが、バンドパスの出力は同相であることに注意してください。このフィルタの各出力のゲインを個別に変化させることもできます。ローパス・セクションとハイパス・セクションを加算したアンプ・セクションを追加することにより、ノッチ機能を合成することもできます。加算されるセクションの比を変えることにより、ローパス・ノッチ、標準ノッチ、ハイパス・ノッチの機能を実現することができます。標準ノッチは、追加したオペアンプ・セクションの入力からバンドパスの出力を減算することによっても実現できます。入力からバンドパスの出力を減算することにより、4 アンプ 構成のオールパス・フィルタを構成することもできます。この場合、バンドパスのゲインを 2 に等しくする必要があります。

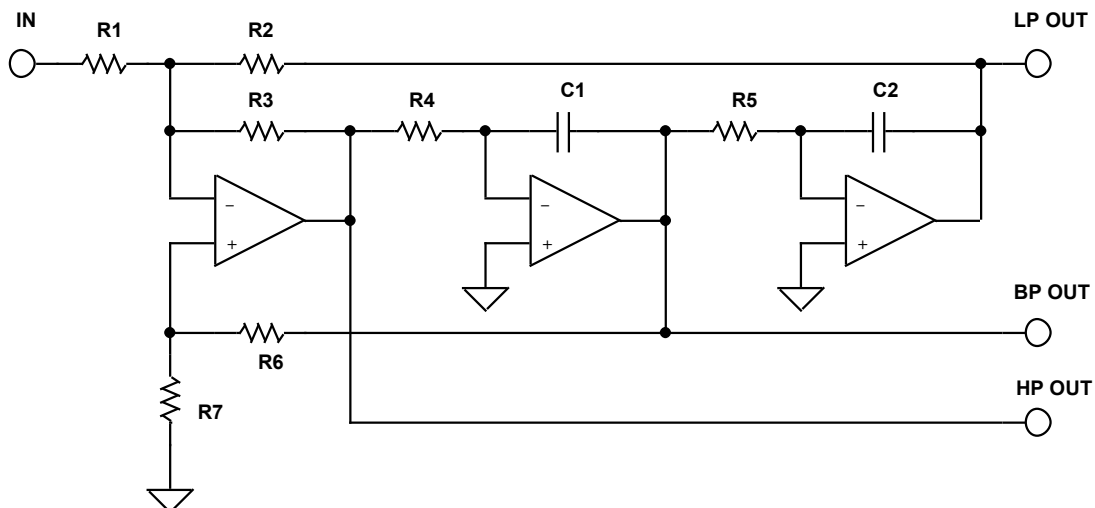


図 8.55: 状態変数フィルタ

状態変数フィルタのパラメータは全て個別に設定できるので、部品の値の広がりを最小限に抑えることができます。また、温度や部品の許容誤差による変動も最小限に抑えられます。積分器のセクションに使われるオペアンプには、多重帰還フィルタのセクションで説明したのと同様に、オペアンプのゲイン帯域幅に関する制約があります。

状態変数フィルタの共振周波数の調整は、 $R4$ と $R5$ を変化させて行います。両方を調整する必要はありませんが、広い範囲で変化させる場合には、一般にその方が適しています。 $R1$ を一定の値に保ち、 $R2$ を調整してローパスのゲインを設定し、 $R3$ を調整してハイパスのゲインを設定します。バンドパスのゲインと Q は $R6$ と $R7$ の比によって設定します。

状態変数フィルタのパラメータは独立しており調整可能なので、周波数、 Q および ω_0 の電子的制御を容易に付加できます。

この調整は、アナログ乗算器、乗算 DAC (MDAC)、またはデジタル・ポテンショメータにより行います。後半のセクションに 1 つの例が示されています。積分器のセクションの場合、アナログ乗算器または MDAC を追加すると、抵抗を駆動する電圧が分割されることによって時定数が大きくなり、これによって積分器のコンデンサを充電する電流が供給されます。これにより、抵抗が実質的に大きくなり、時定数も大きくなります。Q とゲインは、各種帰還経路の比を変えることによって変更することができます。デジタル・ポテンショメータは、抵抗値を直接変えることにより、同じことをより直接的な方法で行うことができます。このようにして得られた調整可能なフィルタは、計測回路や制御回路において非常に有益です。この章のセクション 8 に実施例を示します。

バイクワッド・フィルタ

状態変数フィルタに最も近い関係にあるのがバイクウッドです（図 8.56 参照）。この回路の名称は 1968 年に J. Tow によって初めて使われ（参考資料 11）、後に L. C. Thomas によって 1971 年に使われています（参考資料 12）。この名称は、伝達関数の分子と分母のどちらも 2 次関数であるという事実由来しています。したがって、伝達関数は 4 次関数になります。この回路は状態変数フィルタの回路を少し変更したものです。大きな違いの 1 つは独立したハイパス出力がないことです。バンドパス出力の位相は反転しています。ローパスには、同相と逆相の 2 つの出力があります。4 つ目のアンプ・セクションの追加により、ハイパス、ノッチ（ローパス、標準、ハイパス）およびオールパス・フィルタを実現することができます。バイクウッド・フィルタの設計式を図 8.74 に示します。

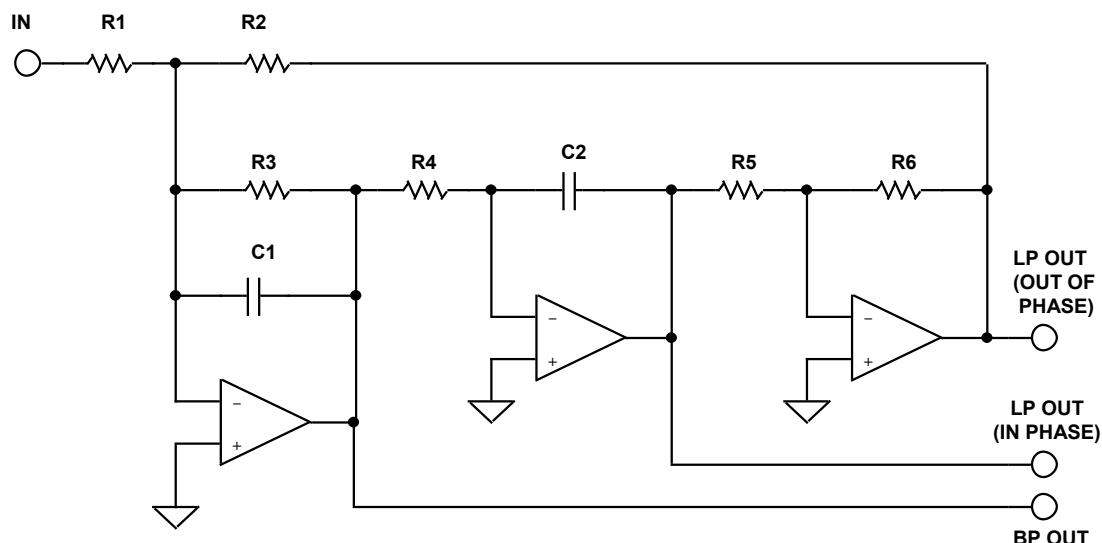


図 8.56: バイクワッド・フィルタ

図 8.74 に示すように、バイクウッドをオールパスにする場合、 $R8 = R9/2$ および $R7 = R9$ とします。このことは伝達関数群の項を正しくするために必要です。ハイパス出力を得るには、入力、バンドパス、2 番目のローパスの各出力を加算します。この場合の制約条件は、 $R1 = R2 = R3$ および $R7 = R8 = R9$ であることです。

状態変数フィルタと同様に、バイクワッド・フィルタも調整可能です。R3 を調整することによって Q の値を調整でき、R4 を調整することによって共振周波数を設定できます。また、R1 を調整することによってゲインを設定できます。通常、周波数を調整してから Q とゲインを設定します。このようにしてパラメータを設定すると、部品の値による相互作用の影響を最小限に抑えることができます。

デュアル・アンプ・バンドパス (DAPB) フィルタ

デュアル・アンプ・バンドパス・フィルタの回路は、高い Q と高い周波数が要求される設計に有効です。この回路が部品から受ける影響は小さく、部品の値の広がりも大きくありません。この回路の便利な機能は、 Q と共振周波数をほぼ独立に調整できることです。

以下の図 8.57 に示すように、共振周波数は $R2$ によって調整できます。この場合、 $R1$ によって Q を調整できます。この構成ではデュアル・オペアンプを使用すると有効です。2 つのオペアンプの特性を一致させると、 Q が アンプのパラメータから受ける影響を小さくすることができます。

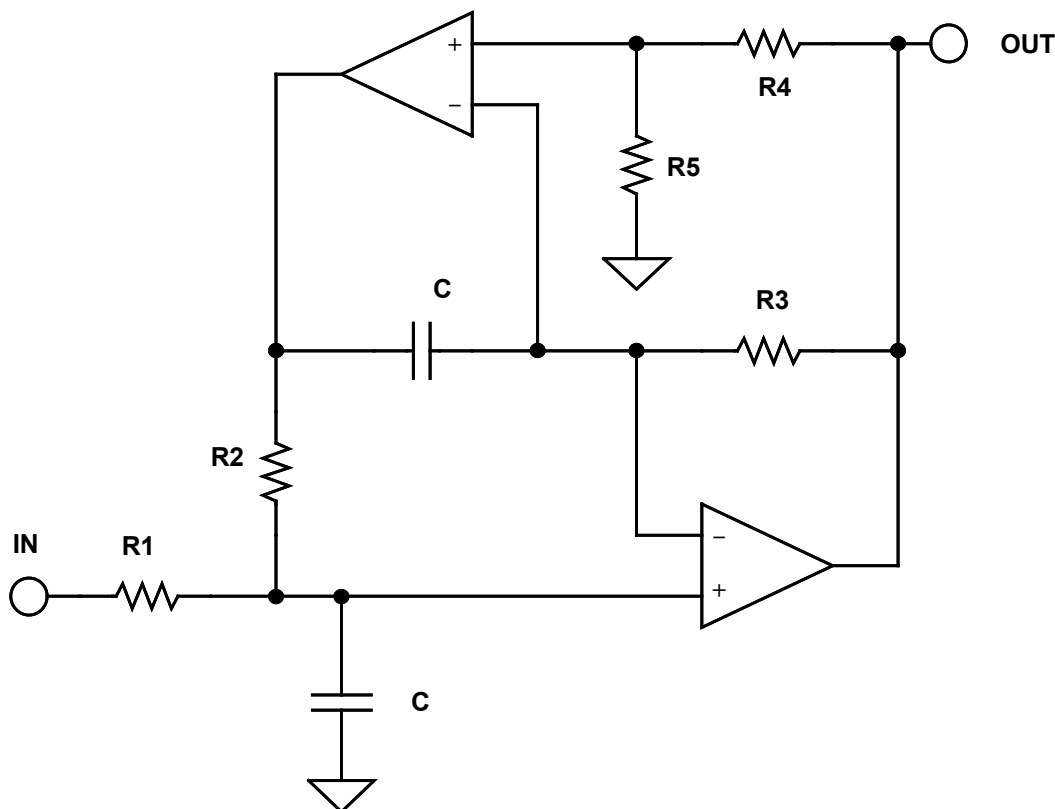


図 8.57: デュアル・アンプ・バンドパス・フィルタ

この DABP の共振時のゲインが 2 であることに注意する必要があります。ゲインを小さくする必要がある場合には、抵抗 $R1$ を分割して分圧器を構成することができます。このことは、図 8.75 の DABP の設計式に補足として示してあります。

ツイン T ノッチ・フィルタ

ツイン T は汎用ノッチ回路として広く使われています（図 8.58 参照）。ツイン T の受動部品による構成（フィードバックがない構成）には、 Q の値が 0.25 に固定されるという大きな欠点があります。この問題は、リファレンス・ノードに対して正帰還をかけることによって是正できます。帰還信号の大きさは $R4$ と $R5$ の比で設定され、これにより回路の Q の値が決まり、さらにノッチの深さが決まります。ノッチの深さを最大にするために、抵抗 $R4$ と $R5$ および関連するオペアンプを取り除くことができます。この場合、 $C3$ と $R3$ の接続点は出力に直接接続されます。

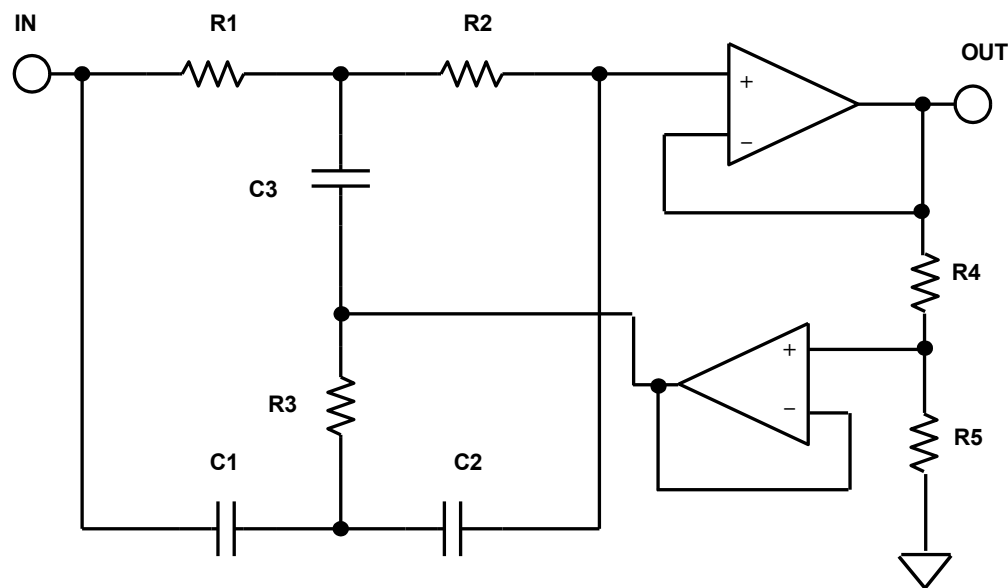


図 8.58: ツイン T ノッチ・フィルタ

調整は容易にはできません。誤差 1% の標準部品を使っても期待できるノッチの大きさは 60 dB 程度であり、40 dB ~ 50 dB が一般的です。

ツイン T フィルタの設計式を図 8.76 に示します。

バインター・ノッチ・フィルタ

バインター回路はシンプルでノッチ・フィルタです（参考資料 21 参照）。図 8.59 に示すように、このフィルタは 2 つの帰還ループを持つシンプルな回路ブロックで構成されます。また、部品による影響はほとんどありません。

この回路にはいくつかの興味深い特性があります。ノッチの Q は、他の全ての構成のように部品のマッチングに依存するのではなく、アンプのゲインにのみ依存します。したがって、ノッチの深さは温度、経年変化、およびその他の環境要素によって変動することはありません。ノッチ周波数はシフトする可能性があります、深さは変わりません。

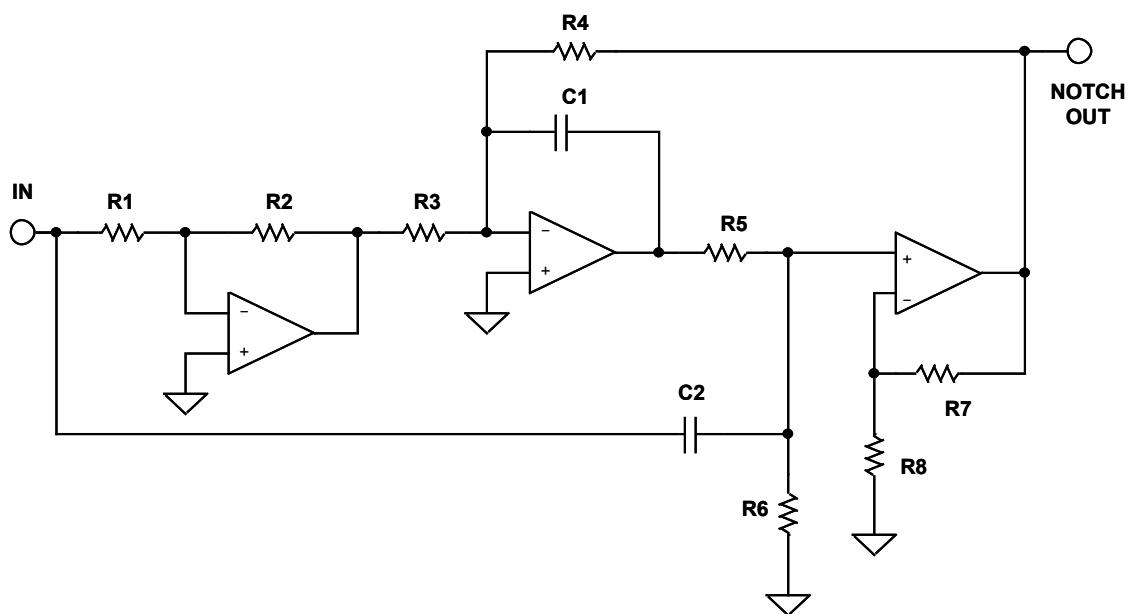


図 8.59: バインター・ノッチ・フィルタ

アンプのオープンループ・ゲインが 10^4 であれば、 Q_z は 200 以上になります。最小限の相互作用で直交的な調整を行うことができます。R6 で Q を調整し、R1 で ω_z を調整します。R3 の値を変えて ω_0 と ω_z の比を設定することにより、ローパス・ノッチ ($R4 > R3$)、ノッチ ($R4 = R3$)、ハイパス・ノッチ ($R4 < R3$) を構成します。

バインター回路の設計式を図 8.77 に示します。

ボクター・ノッチ・フィルタ

ボクター回路（参考資料 22、23 参照）はやや複雑ですが、使用するオペアンプは 1 個だけです。部品点数が多いため、部品選択の幅がかなり大きくなります。これらの回路も部品による影響はあまりなく、各種パラメータをほぼ独立に調整することができます。

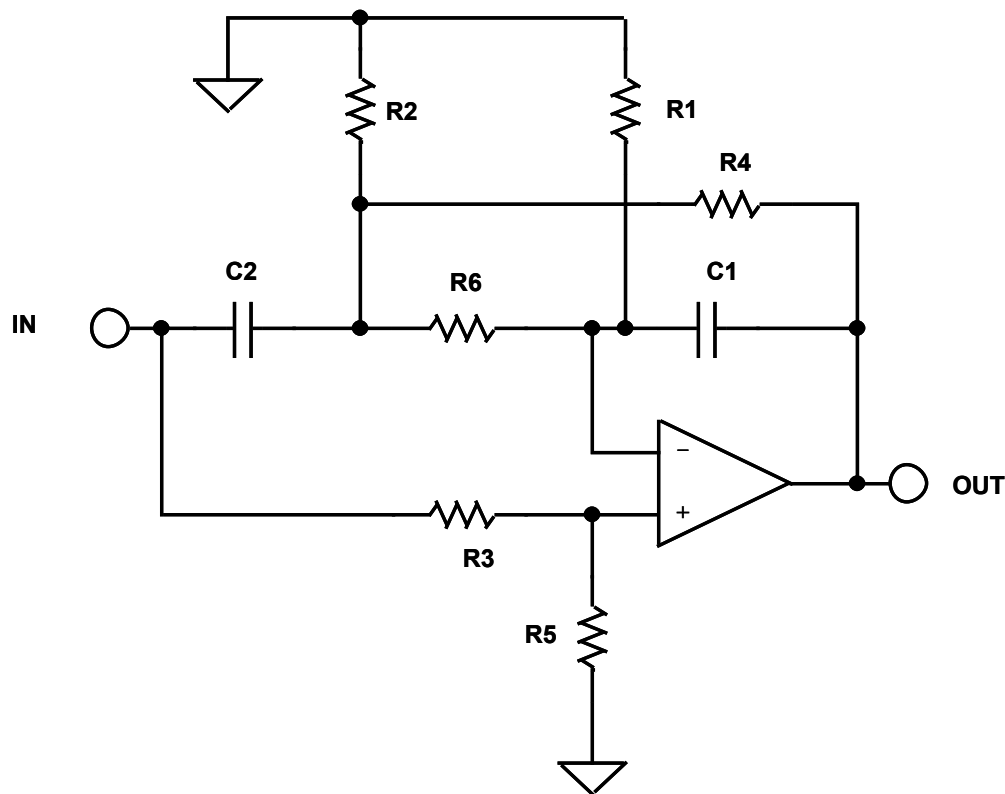


図 8.60: ボクター・ローパス・ノッチ・フィルタ

ボクター・ノッチには、ローパス・ノッチ（上記の図 8.60）とハイパス・ノッチ（下記の図 8.61）の 2 つの形態があります。ローパスの場合、適した調整の順序は、R4 により ω_0 を調整し、R2 により Q_0 を調整し、次に R3 により Q_z を調整し、最後に R1 により ω_z を調整することです。部品の値を実現可能なものにするためには、次式のような変数 k_1 を定義する必要があります。

$$\frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} < k_1 < 1 \quad \text{式 8-94}$$

ローパスの場合の設計式を図 8.78 に、ハイパスの場合の設計式を図 8.79 に示します。

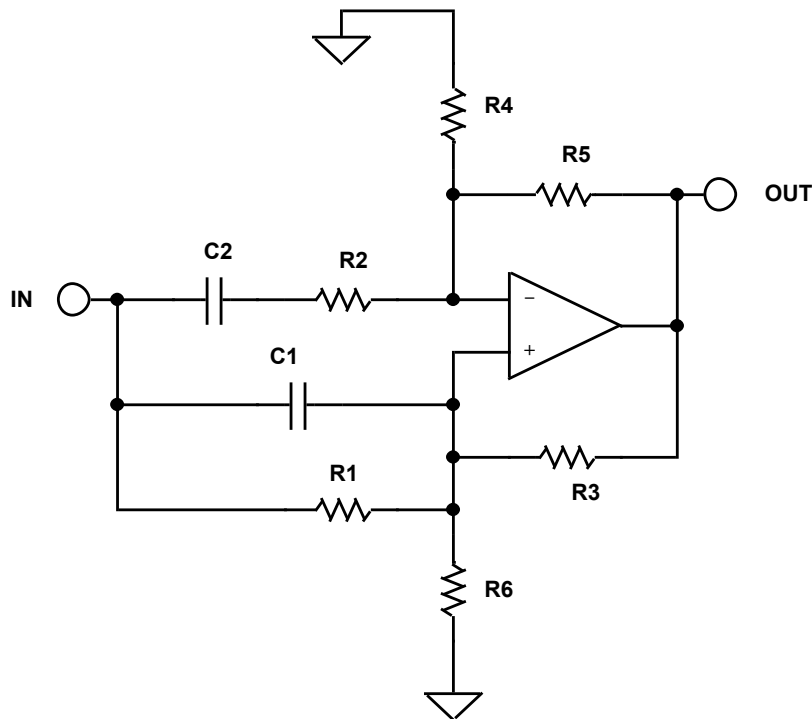


図 8.61: ボクター・ハイパス・フィルタ

ハイパスの場合には回路のゲインを必要とし、以下のときだけ適用されます。

$$Q < \frac{1}{1 - \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2}} \quad \text{式 8-95}$$

ただし、1 つのアンプと 2 つのコンデンサだけでハイパス・ノッチを実現できます。この場合、2 つのコンデンサは同じ値です。極とゼロの周波数はアンプのゲインには全く影響されません。抵抗値を調整して、5% 誤差のコンデンサでも使うことができるようにします。

1 - BP (1 - バンドパス) ノッチ・フィルタ

状態変数フィルタとバイクウッド・フィルタのセクションで述べたように、ノッチ・フィルタは 1 - BP フィルタとして構成することができます。バンドパス・セクションは、前述した全極バンドパス構成やその他のバンドパス構成にすることができます。必要なのは入力からバンドパス出力を差し引くことであり加算することではないので、バンドパス・セクションは図 8.62 に示すような反転型(多重帰還回路など)、または図 8.63 に示すような非反転型(サレンキー回路など)となることに注意してください。

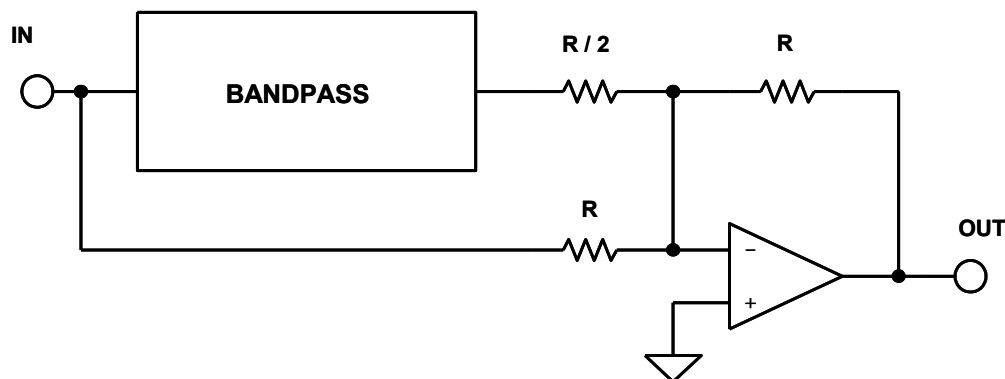


図 8.62: 反転バンドパス構成の 1 - BP フィルタ

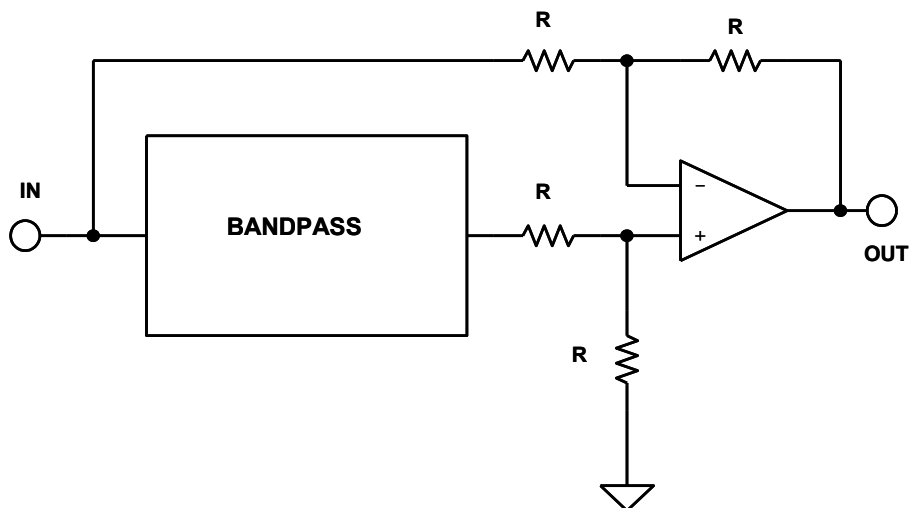


図 8.63: 非反転バンドパス構成の 1 - BP フィルタ

抵抗値を決定する際には、バンドパス・アンプのゲインも考慮する必要があることに注意してください。バンドパスがユニティ・ゲインであれば、抵抗値は同じ値になります。

1 次オールパス・フィルタ

1 次オールパス・フィルタの一般的な形態を図 8.64 に示します。この機能がシンプルな RC ハイパスの場合（図 8.64A）、回路には位相シフトがあり、0 Hz では -180° 、高い周波数では 0° になります。 $\omega = 1/RC$ のときは -90° になります。抵抗を可変にすることにより、特定の周波数における遅延を調整することができます。

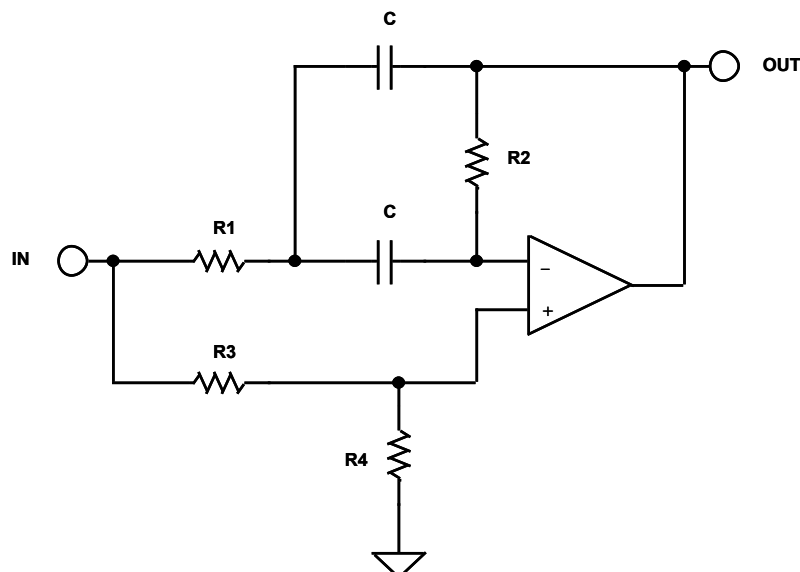


図 8.64: 1 次オールパス・フィルタ

機能をローパスに変更した場合（図 8.64B）、フィルタは 1 次オールパスのままで遅延式も維持されますが、信号は反転し、DC では 0° 、高い周波数では -180° となります。

2 次オールパス・フィルタ

図 8.65 に示す 2 次オールパス回路は、デリアニスによって初めて解説されました(参考資料 17 参照)。この回路の主な魅力は、オペアンプを 1 つしか必要としないことです。

オールパス・フィルタは 1 - 2BP としても実現できることに注意してください。

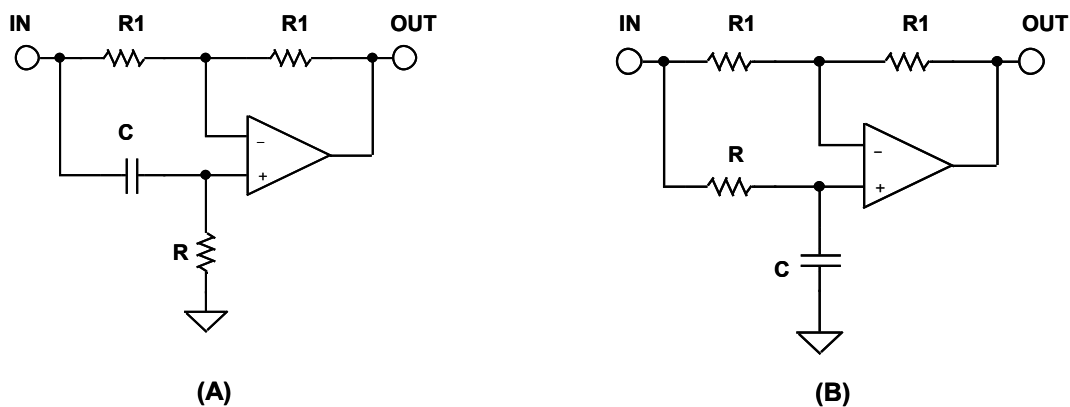


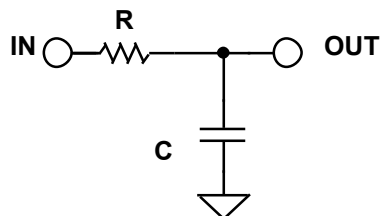
図 8.65: 2 次オールパス・フィルタ

前述した全極構成のいずれかを使ってフィルタを実現できますが、BP が位相を反転するかどうかについて注意する必要があります。BP セクションのゲインを 2 にする必要があることにも注意します。DABP 構成のゲインが 2 に固定されているので、このためには DABP 構成が特に有効です。

以下の図 8.66 ~ 図 8.81 に、各種アクティブ・フィルタを実現するための設計式を示します。全てのケースに、 H 、 ω_0 、 Q 、および α が与えられていますが、これらは設計表からの値です。

SINGLE POLE

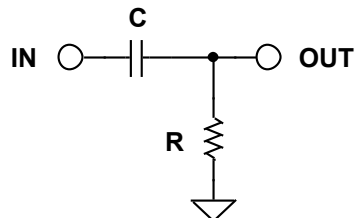
LOWPASS



$$\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{1}{sC R + 1}$$

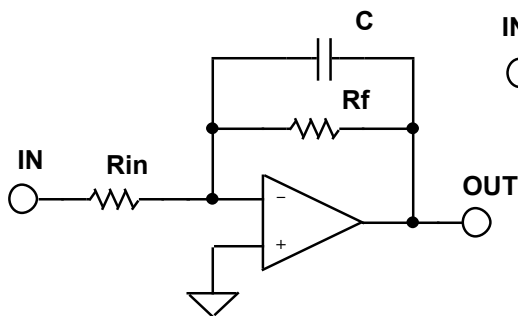
$$F_o = \frac{1}{2\pi R C}$$

HIGHPASS



$$\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{sC R}{sC R + 1}$$

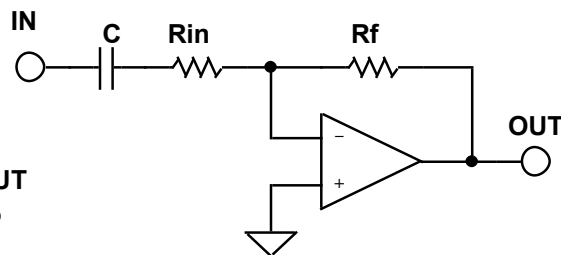
$$F_o = \frac{1}{2\pi R C}$$



$$\frac{V_O}{V_{IN}} = - \frac{R_f}{R_{in}} \frac{1}{sC R_2 + 1}$$

$$H_o = - \frac{R_f}{R_{in}}$$

$$F_o = \frac{1}{2\pi R_f C}$$



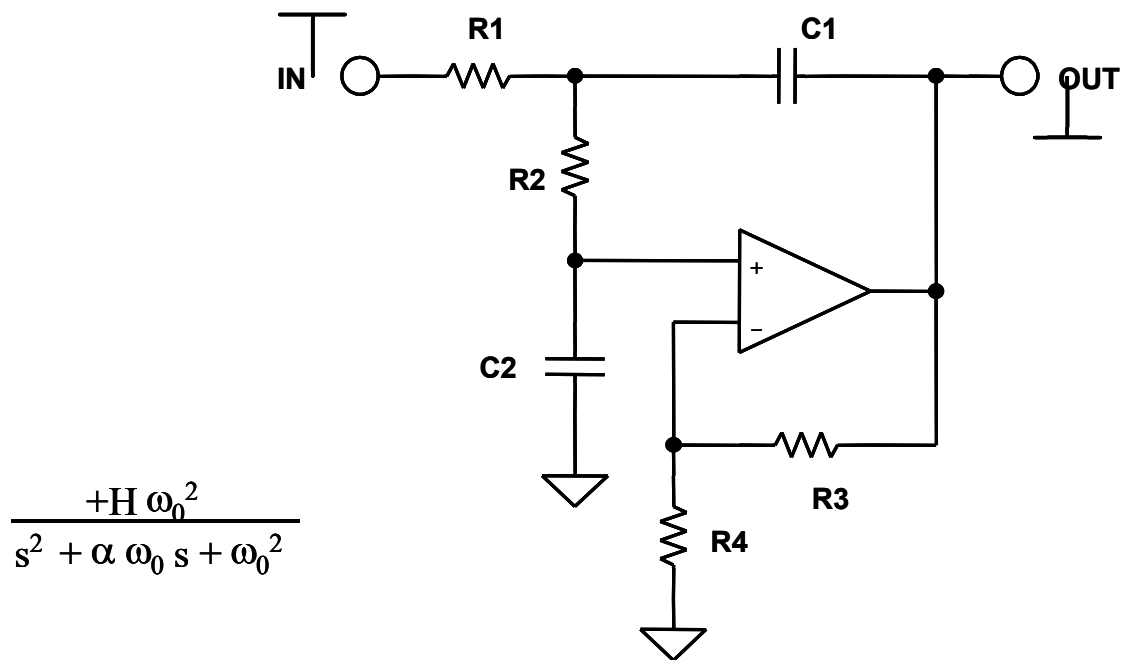
$$\frac{V_O}{V_{IN}} = - \frac{R_f}{R_{in}} \frac{sC R_1}{sC R_1 + 1}$$

$$H_o = - \frac{R_f}{R_{in}}$$

$$F_o = \frac{1}{2\pi R_{in} C}$$

図 8.66: 単極フィルタの設計式

SALLEN-KEY LOWPASS



$$\frac{+H \omega_0^2}{s^2 + \alpha \omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{H \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s \left[\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{C_1} + \frac{(1-H)}{R_2 C_2} \right] + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

CHOOSE: C_1 R_3
.....

THEN: $k = 2 \pi F_O C_1$ $R_4 = \frac{R_3}{(H-1)}$
 $m = \frac{\alpha^2}{4} + (H-1)$

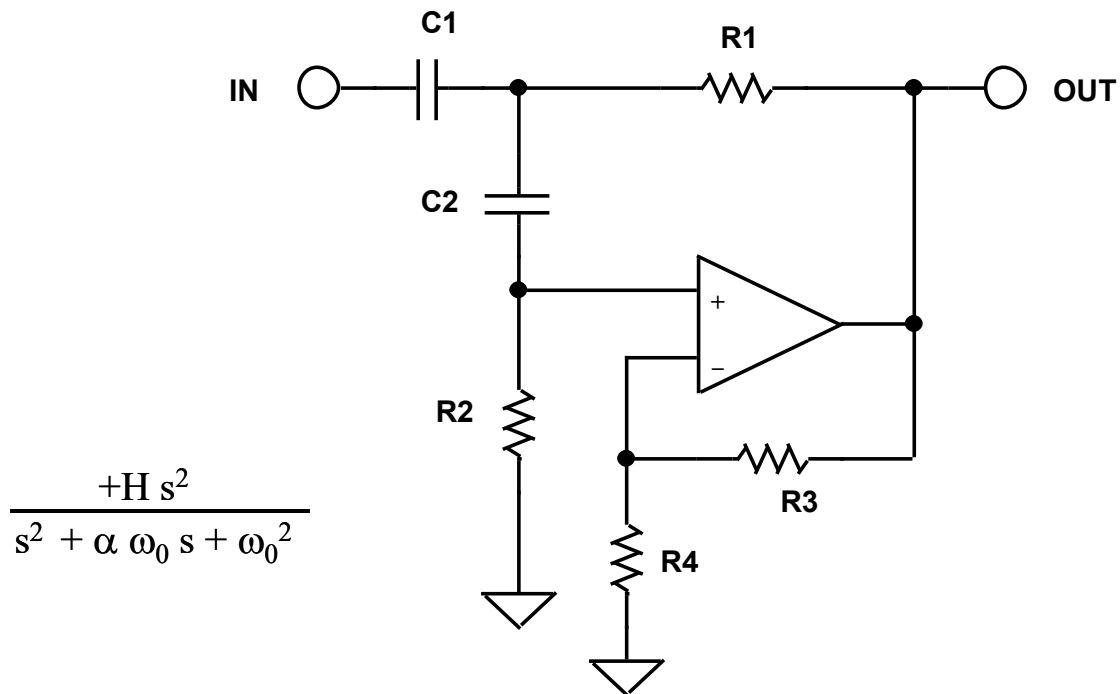
$$C_2 = m C_1$$

$$R_1 = \frac{2}{\alpha k}$$

$$R_2 = \frac{\alpha}{2mk}$$

図 8.67: サレンキー・ローパス・フィルタの設計式

SALLEN-KEY HIGHPASS



$$\frac{+H s^2}{s^2 + \alpha \omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{H s^2}{s^2 + s \left[\frac{\frac{C2}{R2} + \frac{C1}{R2} + (1-H)\frac{C2}{R1}}{C1 C2} \right] + \frac{1}{R1 R2 C1 C2}}$$

CHOOSE: $C1$ $R3$
.....

THEN: $k = 2 \pi F_0 C1$

$$R4 = \frac{R3}{(H-1)}$$

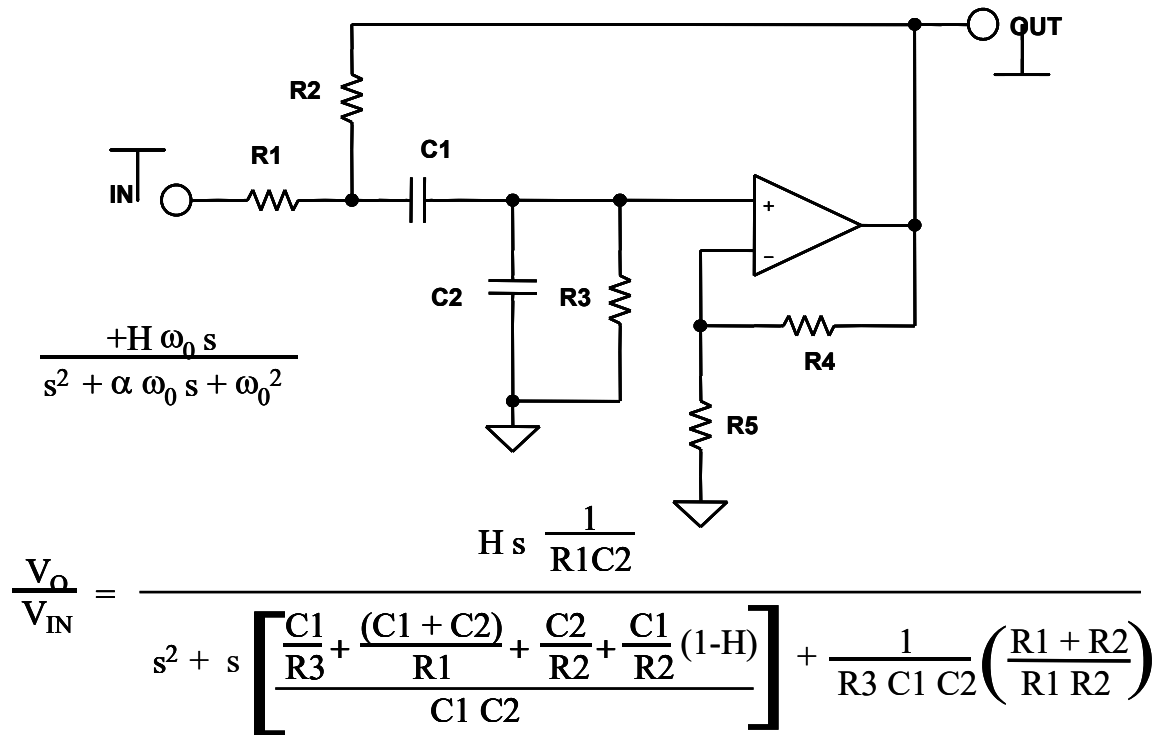
$$C2 = C1$$

$$R1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + (H-1)}}{4 k}$$

$$R2 = \frac{4}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + (H-1)}} * \frac{1}{k}$$

図 8.68: サレンキー・ハイパス・フィルタの設計式

SALLEN-KEY BANDPASS



CHOOSE: C1 R4

THEN: $k = 2 \pi F_O C1$ $R5 = \frac{R4}{(H-1)}$

$$C2 = \frac{1}{2} C1$$

$$R1 = \frac{2}{k}$$

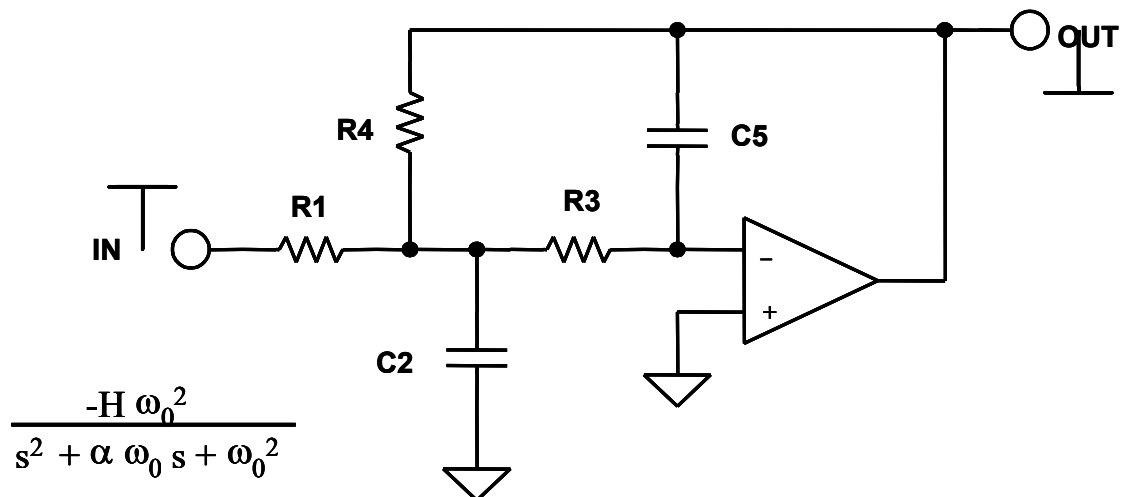
$$R2 = \frac{2}{3k}$$

$$R3 = \frac{4}{k}$$

$$H = \frac{1}{3} \left(6.5 - \frac{1}{Q} \right)$$

図 8.69: サレンキー・バンドパス・フィルタの設計式

MULTIPLE FEEDBACK LOWPASS



$$\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{-H \frac{1}{R_1 R_3 C_2 C_5}}{s^2 + s \frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) + \frac{1}{R_3 R_4 C_2 C_5}}$$

CHOOSE: C5

.....

THEN: $k = 2 \pi F_O C_5$

$$C_2 = \frac{4}{\alpha^2} (H + 1) C_5$$

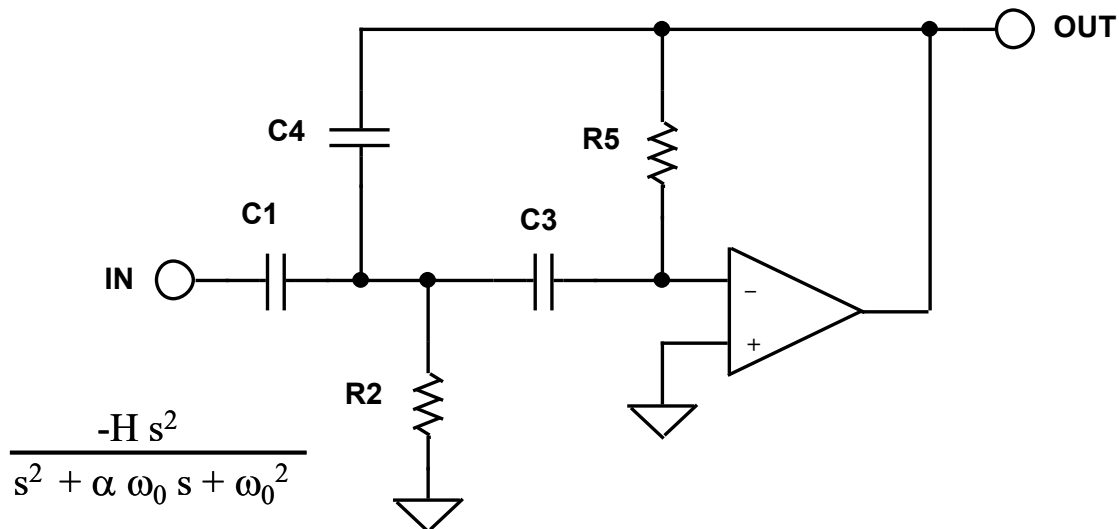
$$R_1 = \frac{\alpha}{2 H k}$$

$$R_3 = \frac{\alpha}{2 (H + 1) k}$$

$$R_4 = \frac{\alpha}{2 k}$$

図 8.70: 多重帰還ローパス・フィルタの設計式

MULTIPLE FEEDBACK HIGHPASS



$$\frac{-H s^2}{s^2 + \alpha \omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{-s^2 \frac{C1}{C4}}{s^2 + s \frac{(C1 + C3 + C4)}{C3 C4 R5} + \frac{1}{R2 R5 C3 C4}}$$

CHOOSE: C1

.....

THEN: $k = 2 \pi F_O C1$

$$C3 = C1$$

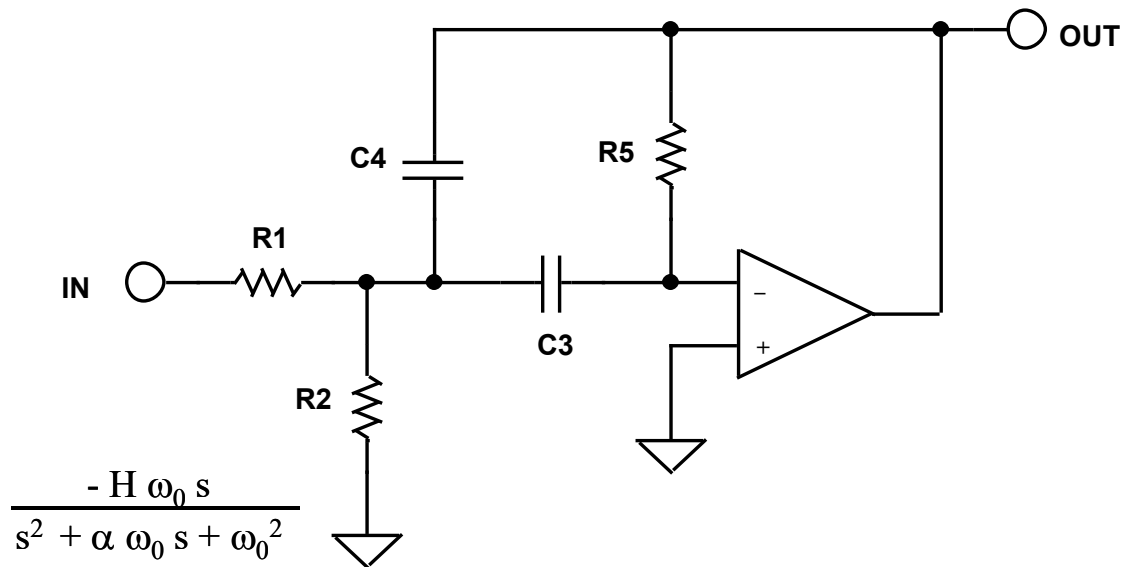
$$C4 = \frac{C1}{H}$$

$$R2 = \frac{\alpha}{k \left(2 + \frac{1}{H} \right)}$$

$$R5 = \frac{H \left(2 + \frac{1}{H} \right)}{\alpha k}$$

図 8.71: 多重帰還ハイパス・フィルタの設計式

MULTIPLE FEEDBACK BANDPASS



$$\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{-s \frac{1}{R1 C4}}{s^2 + s \frac{(C3 + C4)}{C3 C4 R5} + \frac{1}{R5 C3 C4} \left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} \right)}$$

CHOOSE: C3

THEN: $k = 2 \pi F_O C3$

$$C4 = C3$$

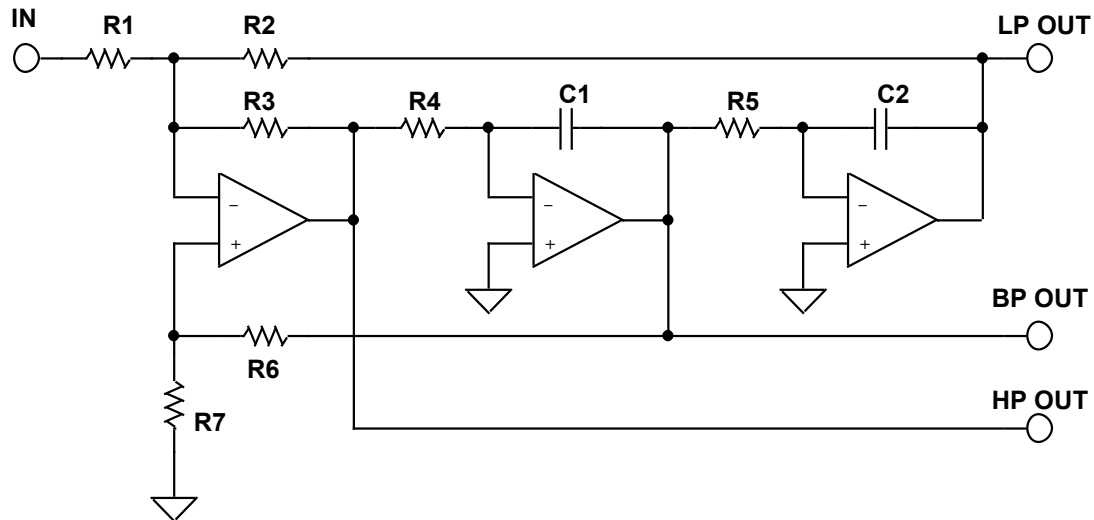
$$R1 = \frac{1}{H k}$$

$$R2 = \frac{1}{(2Q - H) k}$$

$$R5 = \frac{2Q}{k}$$

図 8.72: 多重帰還バンドパス・フィルタの設計式

STATE VARIABLE (A)



$$A_{LP}(s=0) = -\frac{R2}{R1}$$

$$A_{HP}(s=\infty) = -\frac{R3}{R1}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R3}{R2 R4 R5 C1 C2}}$$

$$\text{LET } R4 = R5 = R, C1 = C2 = C$$

CHOOSE R1:

$$R2 = A_{LP} R1$$

$$R3 = A_{HP} R1$$

CHOOSE C:

$$R = \frac{2 \pi F_0}{C} \sqrt{\frac{A_{HP}}{A_{LP}}}$$

$$A_{BP}(s=\omega_0) = \frac{\frac{R6 + R7}{R7}}{R1 \left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} \right)}$$

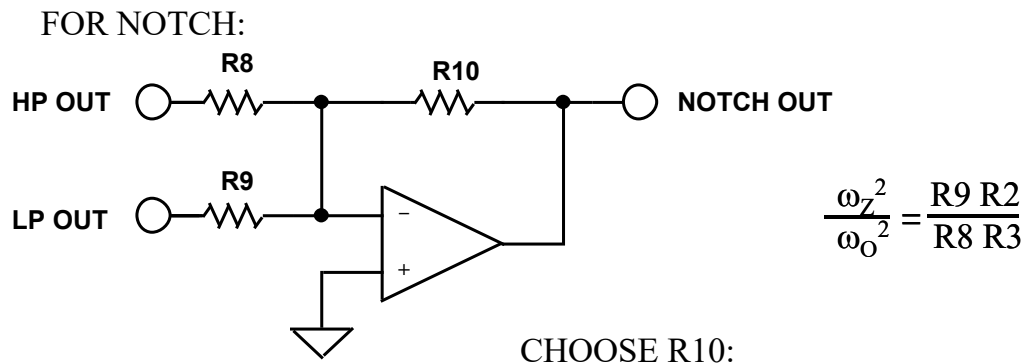
CHOOSE R7:

$$R6 =$$

$$R7 \sqrt{R2 R3} Q \left(\frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}} \right)$$

図 8.73A: 状態変数フィルタの設計式

STATE VARIABLE (B)



CHOOSE A_{HP} , A_{LP} , $A_{NOTCH} = 1$:

FOR $\omega_Z = \omega_0$: $R8 = R9 = R10$

FOR $\omega_Z < \omega_0$: $R9 = R10$

$$R8 = \frac{\omega_0^2}{\omega_Z^2} R10$$

FOR $\omega_Z > \omega_0$: $R8 = R10$

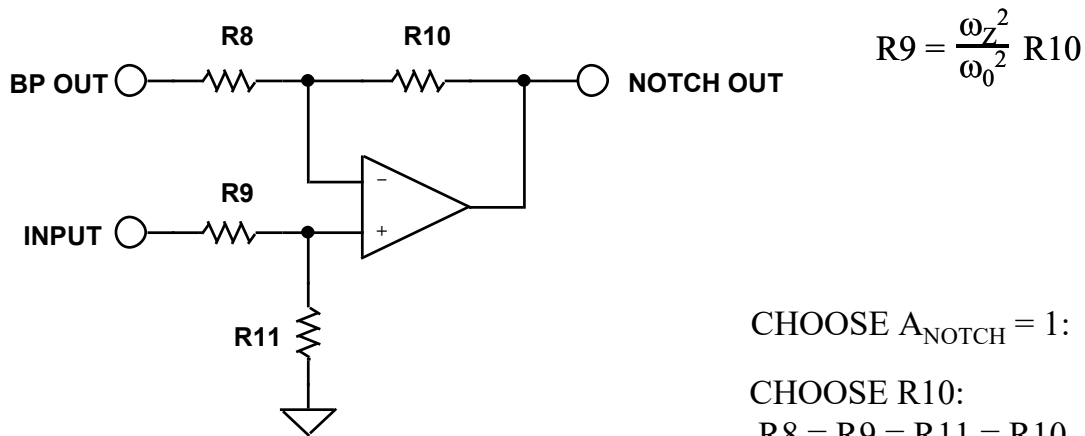
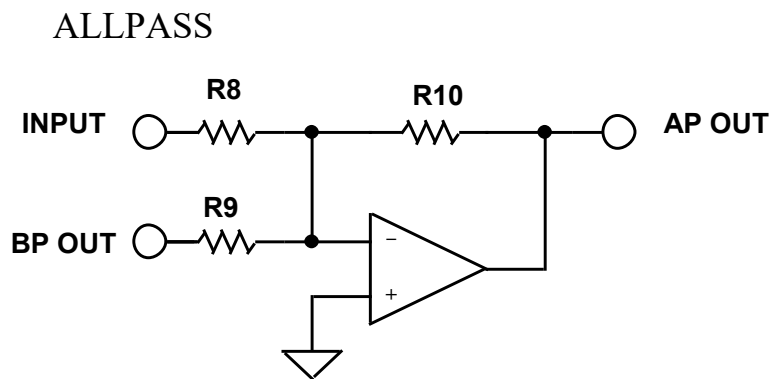


図 8.73B: 状態変数フィルタの設計式

STATE VARIABLE (C)

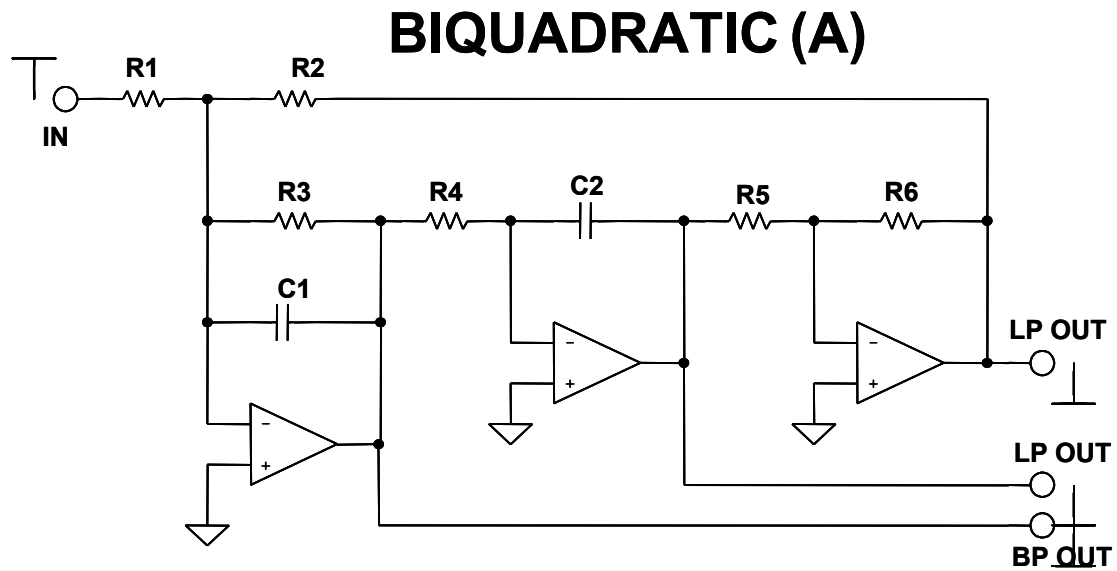


$$H = 1$$

$$R_8 = R_{10}$$

$$R_9 = R_8/2$$

図 7-73C: 状態変数フィルタの設計式



CHOOSE C, R2, R5

$$K = 2 \pi f_0 C$$

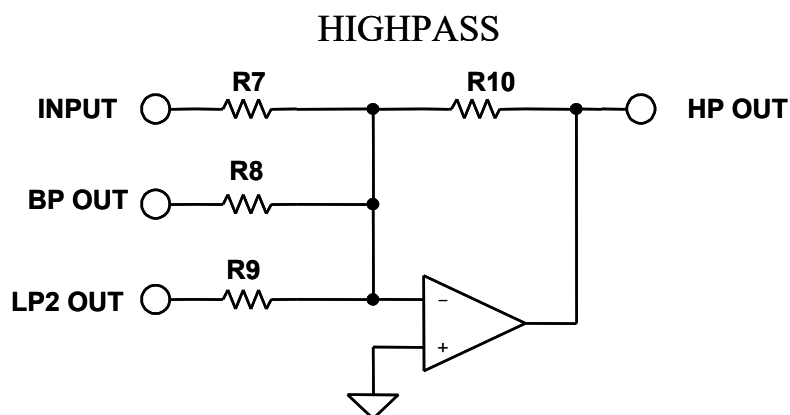
$$C1 = C2 = C$$

$$R1 = \frac{R2}{H}$$

$$R3 = \frac{1}{k \alpha}$$

$$R4 = \frac{1}{k^2 R2}$$

$$R5 = R6$$



$$R7 = R8 = R9 = R$$

$$R10 = \frac{R}{H}$$

図 8.74A: バイクワッド・フィルタの設計式

BIQUADRATIC (B)

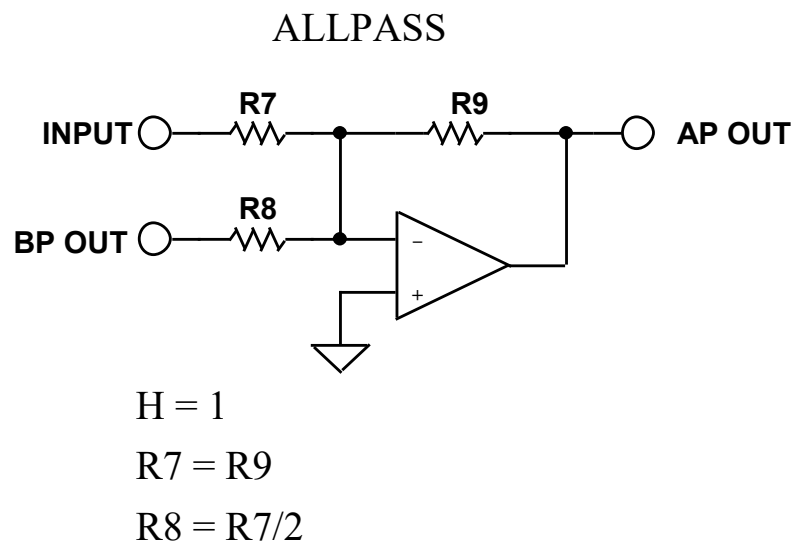
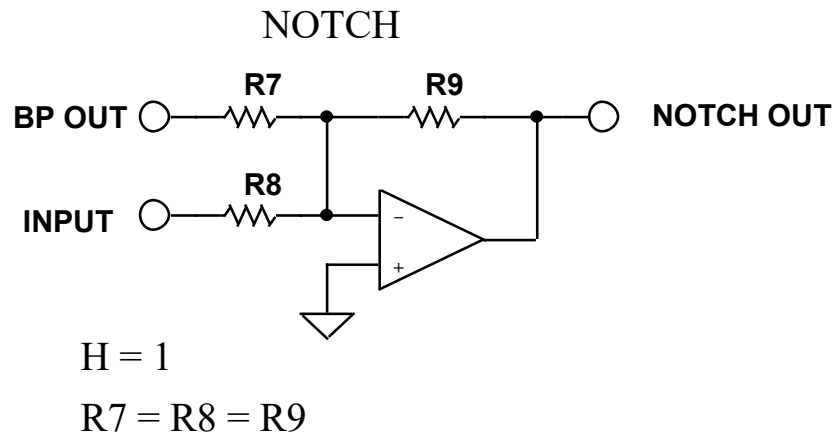
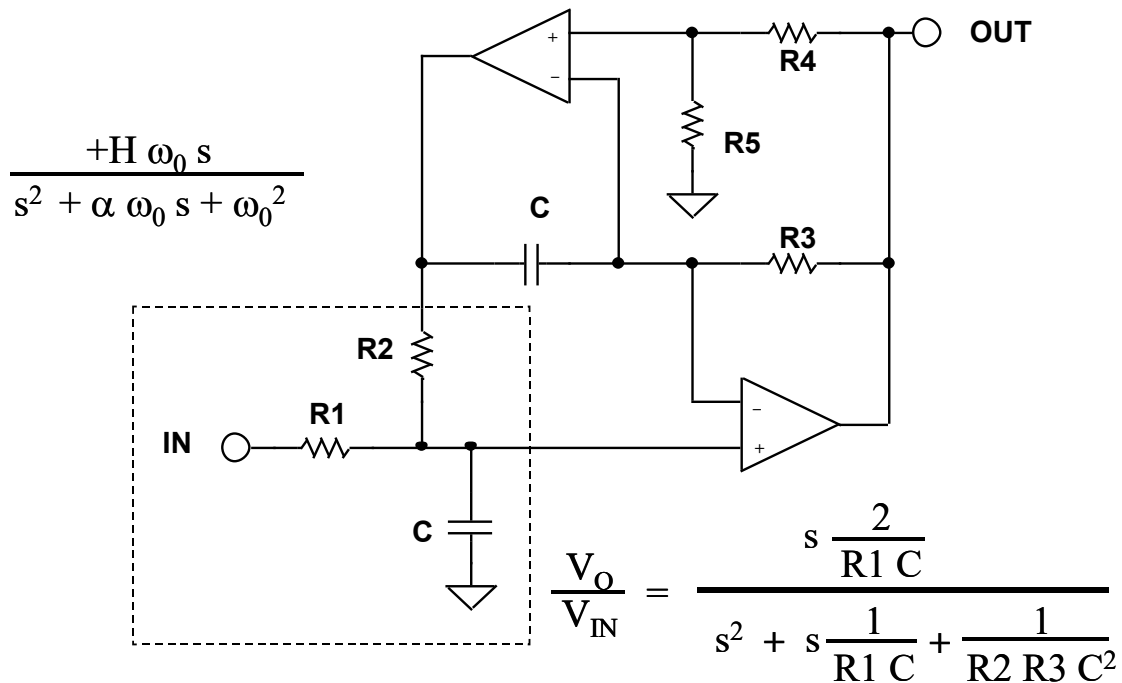


図 8.74B: バイクワッド・フィルタの設計式

DUAL AMPLIFIER BANDPASS



CHOOSE: C R4

THEN:

$$R = \frac{1}{2 \pi F_0 C} \quad R_5 = R_4$$

$$R_1 = Q R$$

$$R_2 = R_3 = R$$

FOR GAINS LESS THAN 2 (GAIN = A_V):

$$R_{1A} = \frac{2R_1}{A_V}$$

$$R_{1B} = \frac{R_{1A} A_V}{2 - A_V}$$

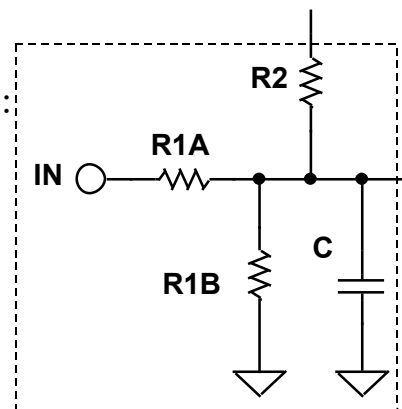
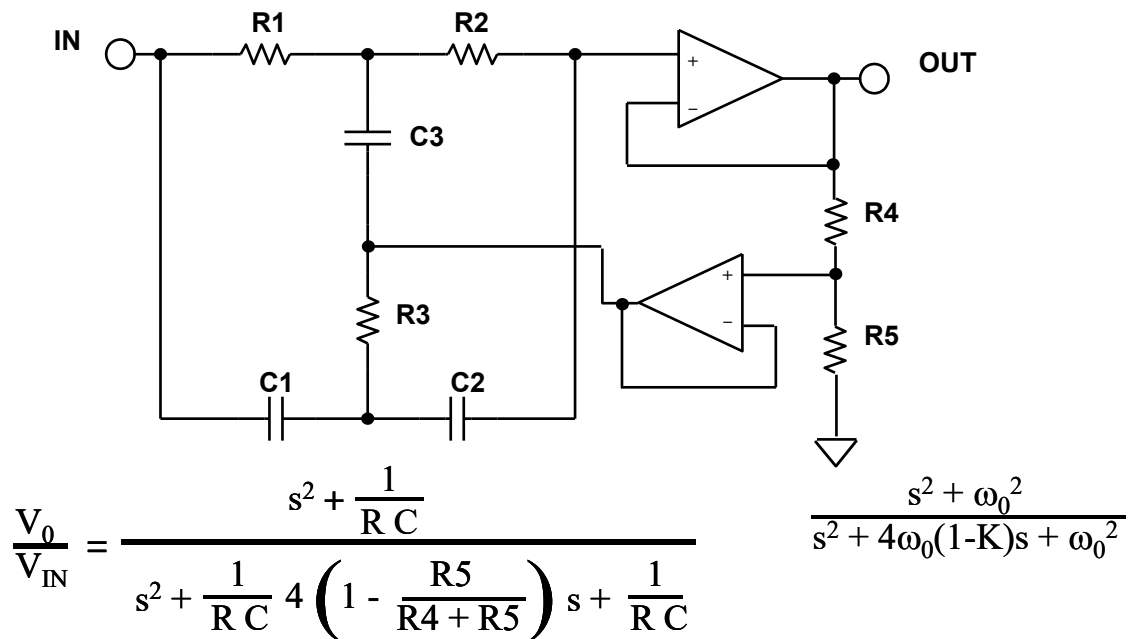


図 8.75: デュアル・アンプ・バンドパス・フィルタの設計式

TWIN T NOTCH



CHOOSE: C R'

$$k = 2 \pi F_0 C$$

$$R4 = (1 - K) R'$$

$$R = \frac{1}{k}$$

$$R5 = K R'$$

$$R = R1 = R2 = 2 R3$$

$$K = 1 - \frac{1}{4Q}$$

$$C = C1 = C2 = \frac{C3}{2}$$

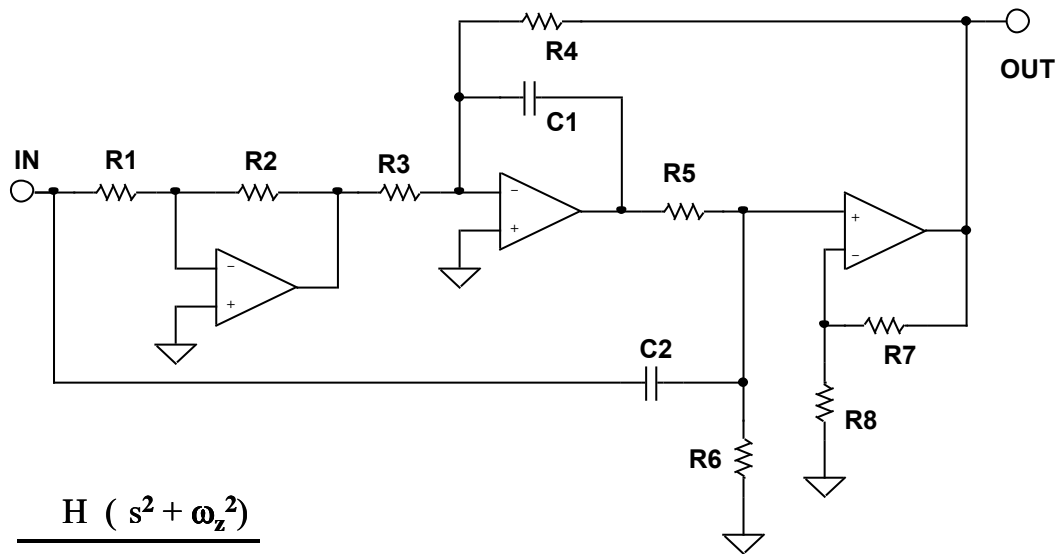
$$F_0 = \frac{1}{2 \pi R C}$$

for $K = 1$, eliminate $R4$ and $R5$
(i.e $R5 \rightarrow 0$, $Q \rightarrow \infty$)

for $R \gg R4$, eliminate buffer

図 8.76: ツイン T ノッチ・フィルタの設計式

BAINTER NOTCH



$$\frac{H (s^2 + \omega_z^2)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

$$\frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{K2 * \left[S^2 + \frac{K1}{R3 R5 C1 C2} \right]}{s^2 + \frac{(R5 + R6)}{R5 R6 C2} s + \frac{K2}{R4 R5 C1 C2}}$$

CHOOSE C1, R1, R7, K1, K2

$$C2 = C1 = C$$

$$k = 2 \pi F_O C$$

$$R2 = K1 * R1$$

$$Z = \left(\frac{\omega_z}{\omega_0} \right)^2$$

$$R3 = \frac{K1}{2 Z Q k}$$

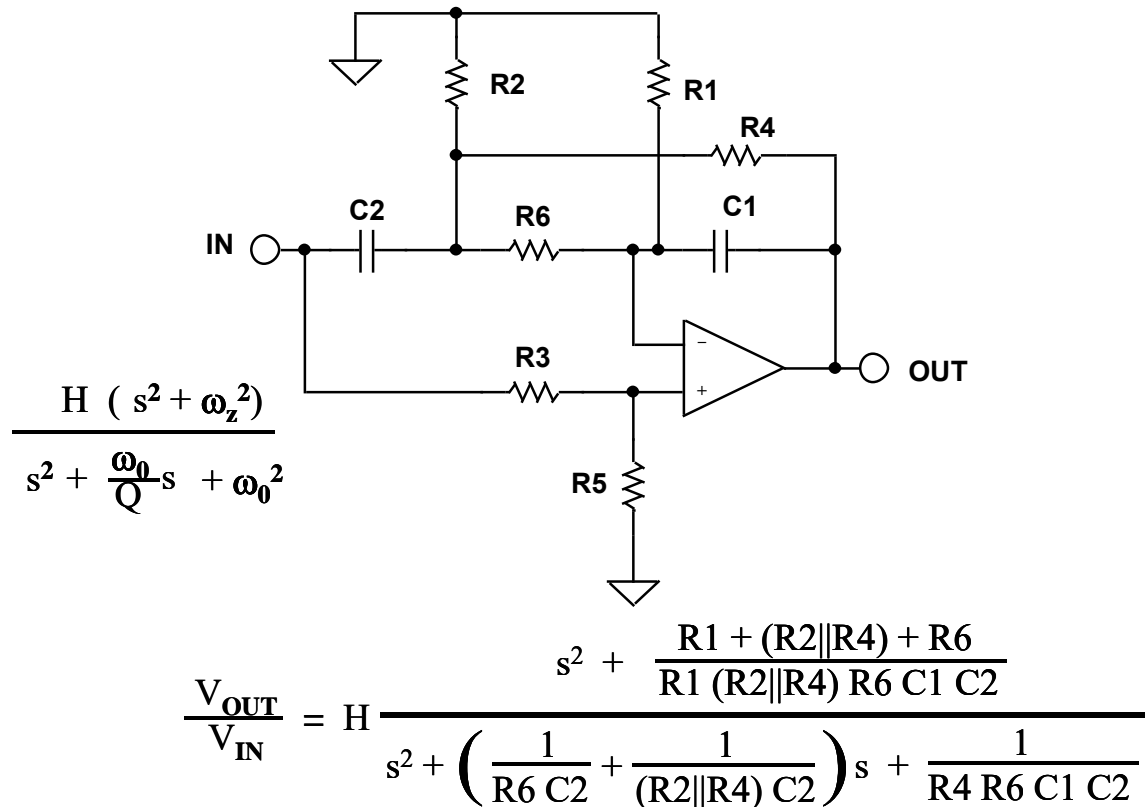
$$R4 = \frac{K2}{2 Q k}$$

$$R5 = R6 = \frac{2 Q}{k}$$

$$R8 = (K2 - 1) R7$$

図 8.77: バインター・ノッチ・フィルタの設計式

BOCTOR NOTCH LOWPASS



GIVEN ω_0, ω_z, Q_0

CHOOSE $R6, R5, C1$

$$R4 = \frac{1}{\omega_0 C1 2Q_0}$$

$$R3 = \left(\frac{R6}{R1} + 2 \frac{C1}{C2} \right) R5$$

$$R2 = \frac{R4 R6}{R4 = R6}$$

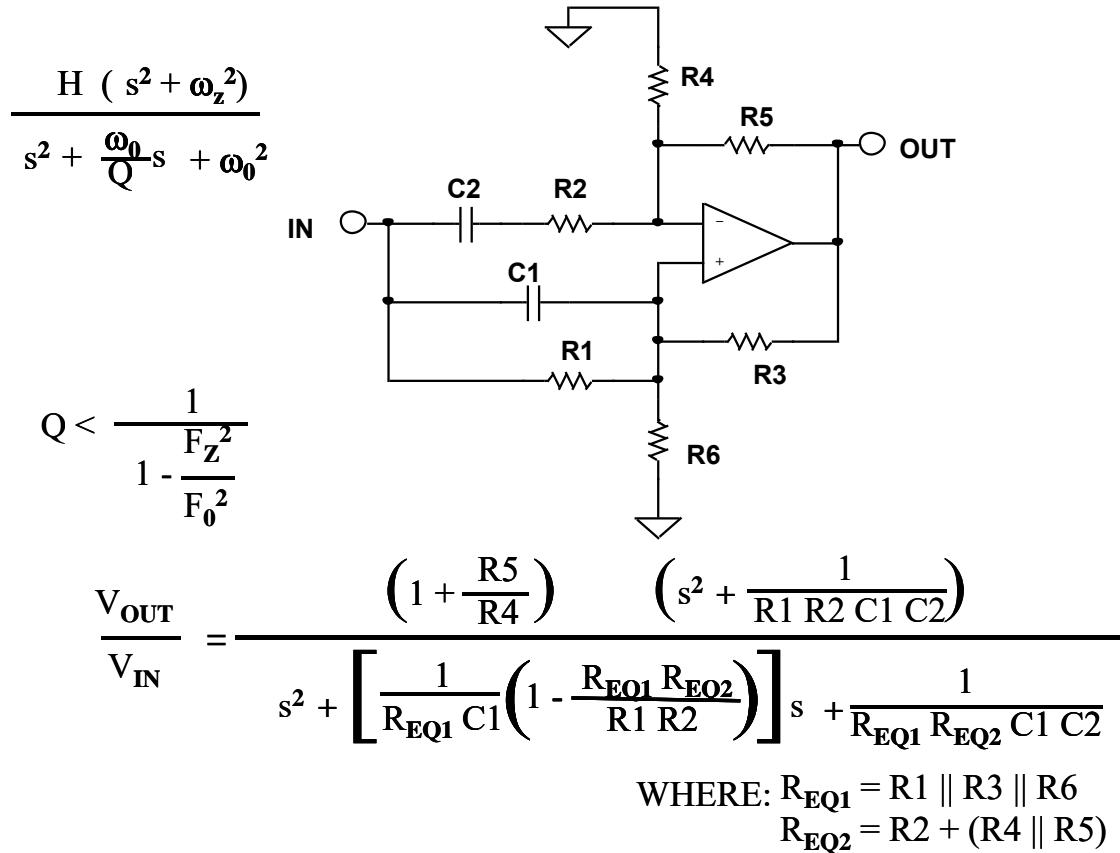
$$C2 = 4 Q_0^2 \frac{R4}{R6} C1$$

$$R1 = \frac{1}{2} \left(\frac{R6}{R4} \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2} - 1 \right)$$

図 8.78: ボクター・ノッチ・ローパス・フィルタの設計式

BOCTOR NOTCH

HIGHPASS (A)



GIVEN: F_Z F_0 H

or

F_Z Q H

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2 \left(\frac{F_Z^2}{F_0^2} - 1 \right)}}$$

$$F_0 = F_Z \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$$

$$Y = \frac{1}{Q \left(1 - \frac{F_Z^2}{F_0^2} \right)}$$

図 8.79A: ボクター・ノッチ・ハイパス・フィルタの設計式

BOCTOR NOTCH

HIGHPASS (B)

GIVEN: C, R2, R3

$$C1 = C2 = C$$

$$R_{EQ1} = \frac{1}{C Y 2\pi F_0}$$

$$R_{EQ2} = Y^2 R_{EQ1}$$

$$R4 = R_{EQ2} - R2 \left(\frac{H}{H-1} \right)$$

$$R5 = (H-1) R4$$

$$R1 = \frac{1}{(2\pi F_0)^2 R2 C^2}$$

$$R6 = R_{EQ1}$$

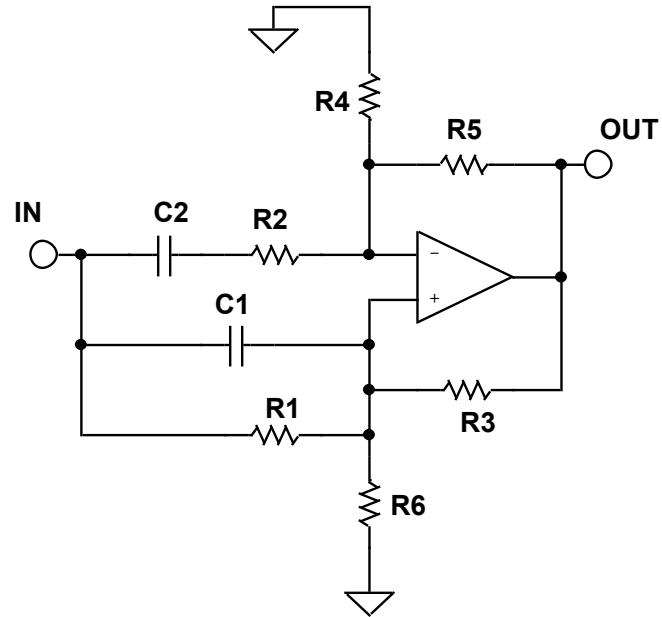
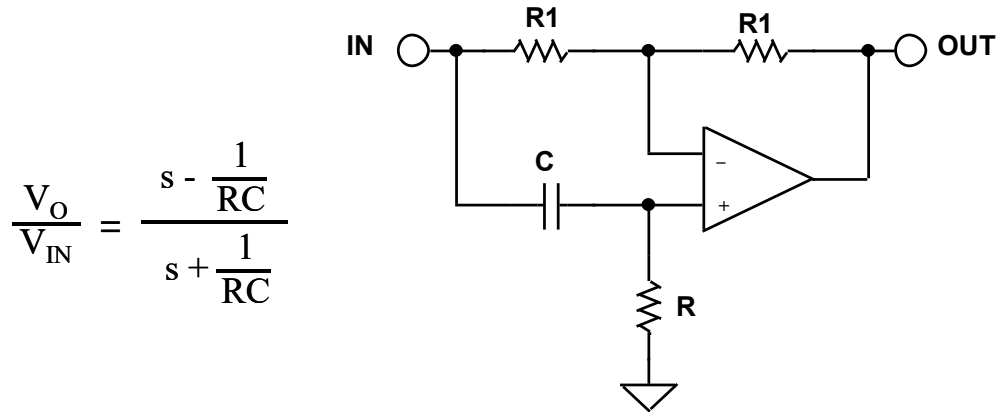


図 8.79-B: ボクター・ノッチ・ハイパス・フィルタの設計式 (続き)

FIRST ORDER ALLPASS



$$\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{s - \frac{1}{RC}}{s + \frac{1}{RC}}$$

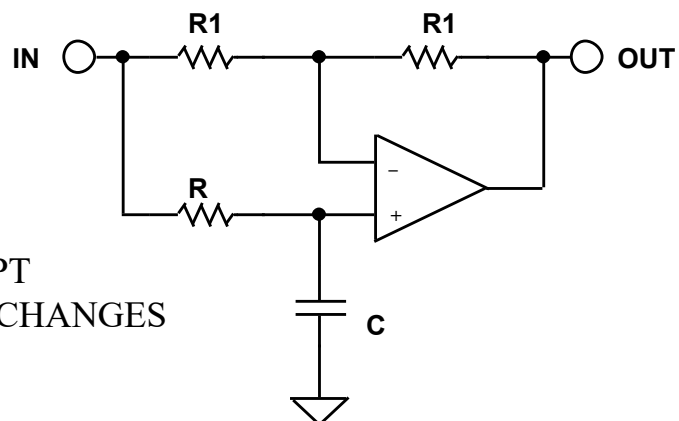
$$\text{PHASE SHIFT } (\phi) = -2 \tan^{-1} \left(\frac{RC}{2\pi F} \right)$$

$$\text{GROUP DELAY} = \frac{2RC}{(2\pi FRC)^2 + 1}$$

$$\text{DELAY AT DC} = 2RC$$

GIVEN A PHASE SHIFT OF ϕ AT A FREQUENCY = F

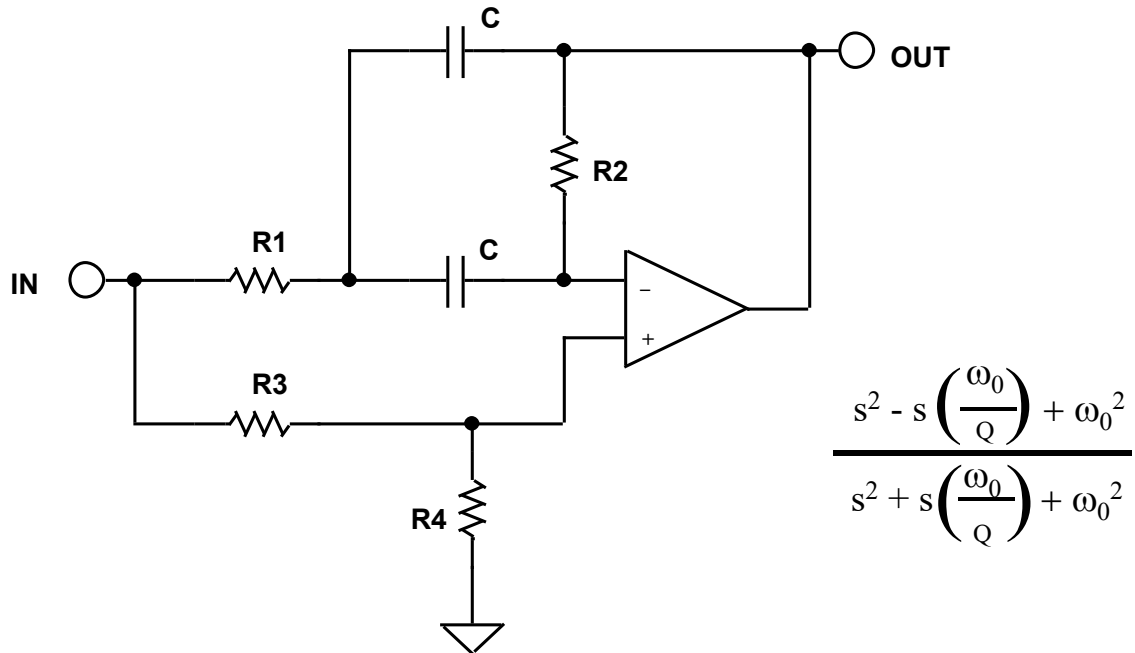
$$RC = 2\pi F \tan \left(-\frac{\phi}{2} \right)$$



DESIGN AS ABOVE EXCEPT
THE SIGN OF THE PHASE CHANGES

図 8.80: 1 次オールパス・フィルタの設計式

SECOND ORDER ALLPASS



$$\frac{s^2 - s \left(\frac{\omega_0}{Q} \right) + \omega_0^2}{s^2 + s \left(\frac{\omega_0}{Q} \right) + \omega_0^2}$$

$$\frac{V_0}{V_{IN}} = \frac{s^2 - s \left(\frac{2}{R_2 C} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C^2}}{s^2 + s \left(\frac{2}{R_2 C} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C^2}}$$

CHOOSE: C

$$k = 2 \pi F_0 C$$

$$R_2 = \frac{2 Q}{k}$$

$$R_1 = \frac{1}{2 k Q}$$

$$R_3 = R_1$$

$$R_4 = \frac{Q}{2}$$

図 8.81: 2 次オールパス・フィルタの設計式

注記:

8.7: フィルタ実装の実際的な問題

前のセクションでは、フィルタを数学的な関数として扱いました。フィルタの設計では「理想」部品で実装することを想定しました。実際の部品でフィルタを実現する場合、一般に設計のレドオフを行う必要があります。

2 次以上のフィルタを実現するには、複数の 2 次や 1 次のセクションを使用します。これらのセクションのフィルタの周波数と Q を正確に一致させる必要があります。そうしないと、フィルタの総合応答に影響を与えることになります。例えば、次のセクションのアンチエイリアシング・フィルタの設計例は 5 次バターワース・フィルタで、周波数 (F_o) = 1 で $Q = 1.618$ の 2 次のセクション、周波数 (F_o) = 1 で $Q = 0.618$ の 2 次のセクション、および周波数 (F_o) = 1 の 1 次のセクションで構成されています（フィルタは 1 rad/sec に正規化）。いずれかのセクションの Q または周波数応答がわずかでも異なると、全体の応答は目的の応答からずれることになります。これを近づけることはできますが、正確に一致させることはできません。設計では一般的なことですが、どのようなトレードオフを行うべきかを決定する必要があります。例えば、実際に個々の応答を正確にする必要があるのでしょうか。通過帯域のリップルがもう少し増加すると問題が発生するのでしょうか。あるいは、カットオフ周波数がわずかに異なる周波数の場合はどうでしょうか。設計者が直面する問題は様々で、設計ごとに異なります。

受動部品（抵抗、コンデンサ、インダクタ）

最初に問題になるのは受動部品です。フィルタを設計する場合、部品の計算値は市販品ではほとんど得られません。抵抗、コンデンサ、インダクタは部品値が標準化されています。カスタム値を発注することもできますが、実際の精度はせいぜい $\pm 1\%$ 程度です。1 つの代案は、標準値の部品を直列または並列に組み合わせることで必要な値を実現することですが、フィルタのコストが上がり、サイズが大きくなります。部品のコストだけでなく、フィルタの実装と調整の両方の製造コストも増大します。さらに、これらの効果は、使用部品数、部品の許容誤差、温度と時間の両方に対するトラッキング特性によっても制限されます。

より現実的な方法は、回路解析プログラムを利用して、標準値の部品を使った応答を求めることです。このプログラムは、部品定数の温度に対する変動の影響を評価することもできます。応答が要求された制限値に入るまで、必要な個所の敏感な部品の値を並列接続を使って調整します。ハイエンドのフィルタ CAD プログラムの多くはこのような機能を備えています。

フィルタの共振周波数と Q は一般に部品の値で決まります。明らかに、部品の値が変動すると、フィルタの周波数と Q は変化し、これにより周波数応答を変化させます。これは、特に高次のフィルタにおいて顕著になります。

高次のフィルタは Q がより高いセクションを意味します。 Q が高いセクションは部品の値がより重要であることを意味します。 Q は一般に 2 個以上の部品（通常はコンデンサ）の値の比で設定するからです。

部品の初期許容誤差に加えて、温度変化や経時変化の影響も検討する必要があります。さまざまな部品の値の温度係数は大きさも極性も異なります。コンデンサは特に難しい部品で、値が変化するだけでなく、図 8.82 に示すように、温度係数 (TC) が温度の関数になっています。この図は、温度係数の（比較的）良くないフィルム・コンデンサ（ポリエステルやポリカーボネートのタイプが一般的）を示しています。フィルム・コンデンサで TC が線形なものは、ポリスチレン・コンデンサ、ポリプロピレン・コンデンサ、テフロン・コンデンサなどです。これらのコンデンサの TC は $100 \text{ ppm}/^{\circ}\text{C} \sim 200 \text{ ppm}/^{\circ}\text{C}$ 程度であり、必要に応じて、回路の他の部分で相補特性の TC を使って補償することができます。

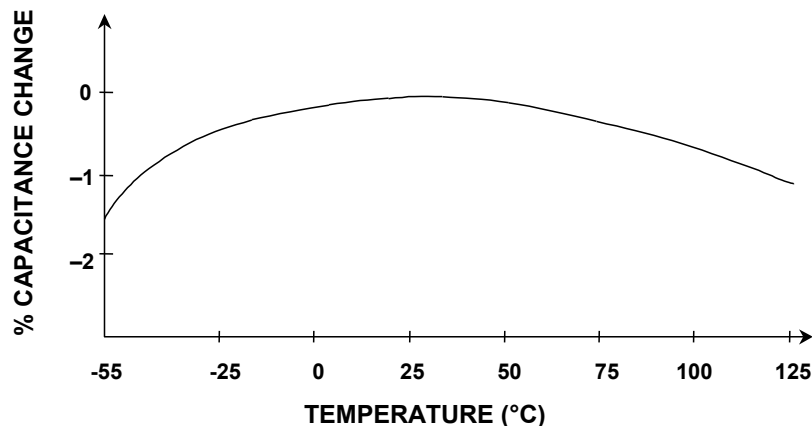


図 8.82: 温度係数が良くないフィルム・コンデンサ

TC が最も小さい誘電体は、NPO（または COG）セラミック ($\pm 30 \text{ ppm}/^{\circ}\text{C}$) やポリスチレン ($-120 \text{ ppm}/^{\circ}\text{C}$) です。いくつかのコンデンサ、主にポリスチレン・コンデンサやポリプロピレン・コンデンサなどのプラスチック・フィルム・コンデンサは、温度範囲も限られています。

フィルタを構成するための受動部品の値の選択肢は無制限ですが、実際は物理的な制約があります。10 pF 未満や 10 μF 以上のコンデンサの値は現実的ではありません。電解コンデンサは避ける必要があります。電解コンデンサは一般に漏れ電流が非常に大きい値です。さらに潜在的な問題は、電解コンデンサを極性のある電圧をかけずに動作させると、AC 電圧により逆バイアスされたときに非線形になることです。DC 極性のある電圧をかけて動作させても、AC 信号は瞬時電圧を 0 V 以下に低下させる可能性があります。容量の大きなフィルム・コンデンサは、物理的に非常に大きくなります。

100 Ω 以下の抵抗は 1 M Ω 以上のものと同様に避ける必要があります。非常に小さな抵抗値 (100 Ω 以下) を使うと、多くの駆動電流と消費電力を必要とする可能性があります。これらはどちらも避ける必要があります。また、小さな値と非常に大きな値の抵抗を無造作に使用することはできません。小さな容量は大きなインピーダンス・レベルに容易に結合しやすいため、非常に大きな値の抵抗は寄生容量の影響を受けやすくなります。また、ノイズは抵抗値の平方根に比例して大きくなります。

大きな値の抵抗を使用すると、アンプのバイアス電流の影響により大きなオフセットも発生します。

回路レイアウトなどによる寄生容量は、回路の性能に影響を与えます。寄生容量は、PC ボードの 2 本のパターン間（ボードの同一側または反対側）、隣接した部品のリード線間など、考えられるあらゆる箇所に（そして多くの場合は思いもよらない所に）形成されます。このような容量は一般に小さく、高インピーダンス・ノードに大きな影響を及ぼします。したがって、回路のインピーダンスを小さく抑えることにより、この影響をほとんど抑えることができます。浮遊容量の影響は周波数に依存することに注意してください。周波数が高くなるとインピーダンスが低下するため、高い周波数での影響は大きくなります。

寄生要素は外部ソースだけによるものではありません。部品自体にも寄生要素は存在します。

ほとんどの場合、コンデンサは単なるコンデンサではありません。実際のコンデンサには、図 8.83 に示すように、インダクタンス（リード線などによる）と抵抗があります。この抵抗は仕様にリーク電流や低力率として示されています。明らかに、リーク電流が非常に小さく高力率のコンデンサが好まれます（図 8.84 参照）。

一般に、フィルタにはプラスチック・フィルム・コンデンサ（できればテフロン・コンデンサかポリスチレン・コンデンサ）またはマイカ・コンデンサと金属皮膜抵抗（どちらも中程度から小さい値）を使用するのがベストです。

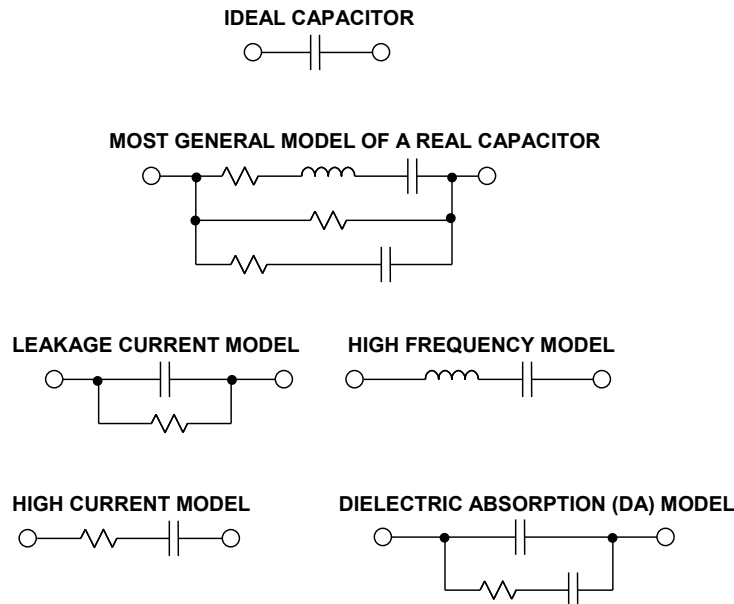


図 8.83: コンデンサの等価回路

部品の寄生要素を減らす 1 つの方法は表面実装デバイスを使うことです。リード線がないことはリード・インダクタンスが減ることを意味します。また、物理的に小さくなるため最適な配置が可能になります。1 つの欠点は、全ての種類のコンデンサが表面実装に利用できるとは限らないことです。セラミック・コンデンサは一般的な表面実装コンデンサで、このうち NPO ファミリーはフィルタ処理に最適な特性を備えています。また、セラミック・コンデンサはマイクロホン効果を起こす傾向があります。

コンデンサがストレイン・ゲージのような動きセンサーになると、マイクロホン効果を生じ、振動がノイズとしての電気信号に変換されます。

抵抗にも、リード線による寄生インダクタンスと寄生容量があります。抵抗のさまざまな特性の比較を図 8.85 に示します。

RESISTOR COMPARISON CHART

	TYPE	ADVANTAGES	DISADVANTAGES
DISCRETE	Carbon Composition	Lowest Cost High Power/Small Case Size Wide Range of Values	Poor Tolerance (5%) Poor Temperature Coefficient (1500 ppm/°C)
	Wirewound	Excellent Tolerance (0.01%) Excellent TC (1 ppm/°C) High Power	Reactance is a Problem Large Case Size Most Expensive
	Metal Film	Good Tolerance (0.1%) Good TC (<1 to 100 ppm/°C) Moderate Cost Wide Range of Values Low Voltage Coefficient	Must be Stabilized with Burn-In Low Power
	Bulk Metal or Metal Foil	Excellent Tolerance (to 0.005%) Excellent TC (to <1 ppm/°C) Low Reactance Low Voltage Coefficient	Low Power Very Expensive
	High Mega Ohm	Very High Values ($10^8 \Omega$ to $10^{14} \Omega$) Only Choice for Some Circuits	High Voltage Coefficient (200 ppm/V) Fragile Glass Case (Needs Special Handling) Expensive
NETWORKS	Thick Film	Low Cost High Power Laser-Trimable Readily Available	Fair Matching (0.1%) Poor TC (>100 ppm/°C) Poor Tracking TC (10 ppm/°C)
	Thin Film	Good Matching (<0.01%) Good TC (<100 ppm/°C) Good Tracking TC (2 ppm/°C) Moderate Cost Laser-Trimable Low Capacitance Suitable for Hybrid IC Substrate	Often Large Geometry Limited Values and Configurations

図 8.84: 抵抗の比較表

CAPACITOR COMPARISON CHART

TYPE	TYPICAL DA	ADVANTAGES	DISADVANTAGES
Polystyrene	0.001% to 0.02%	Inexpensive Low DA Good stability (~120ppm/°C)	Damaged by temperature > +85°C Large High inductance Vendors limited
Polypropylene	0.001% to 0.02%	Inexpensive Low DA Stable (~200ppm/°C) Wide range of values	Damaged by temperature > +105°C Large High inductance
Teflon	0.003% to 0.02%	Low DA available Good stability Operational above +125 °C Wide range of values	Expensive Large High inductance
Polycarbonate	0.1%	Good stability Low cost Wide temperature range Wide range of values	Large DA limits to 8-bit applications High inductance
Polyester	0.3% to 0.5%	Moderate stability Low cost Wide temperature range Low inductance (stacked film)	Large DA limits to 8-bit applications High inductance (conventional)
NP0 Ceramic	<0.1%	Small case size Inexpensive, many vendors Good stability (30ppm/°C) 1% values available Low inductance (chip)	DA generally low (may not be specified) Low maximum values (10nF)
Monolithic Ceramic (High K)	>0.2%	Low inductance (chip) Wide range of values	Poor stability Poor DA High voltage coefficient
Mica	>0.003%	Low loss at HF Low inductance Good stability 1% values available	Quite large Low maximum values (10nF) Expensive
Aluminum Electrolytic	Very high	Large values High currents High voltages Small size	High leakage Usually polarized Poor stability, accuracy Inductive
Tantalum Electrolytic	Very high	Small size Large values Medium inductance	High leakage Usually polarized Expensive Poor stability, accuracy

図 8.85: コンデンサの比較表

フィルタの能動部品（オペアンプ）の制約

フィルタの能動部品も応答に大きな影響を与えます。

さまざまなフィルタ構成（多重帰還、サレンキー、状態変数など）を展開する際に、能動部品は常に「理想」オペアンプとしてモデル化してきました。理想的とは以下を意味します。

- 1) ゲインが無限大
- 2) 入力インピーダンスが無限大
- 3) 出力インピーダンスがゼロ

これらのいずれも周波数によって変わらないとします。アンプの特性は年々大きく改善されてきていますが、このようなモデルはまだ実現されていません。

アンプの最も大きな制約は、ゲインが周波数によって変化することに起因します。全てのアンプは帯域幅が制限されています。これは、主にアンプを構成するデバイスの物理的制約によるものです。負帰還の理論では、アンプを安定にするため、ゲインが 1 まで低下するときにアンプの応答が 1 次（-6 dB/オクターブ）でなければならないとされています。このことを実現するため、アンプには 1 つの実数の極があり、位相シフトが 180°に達するまでに（できればいくらかの位相余裕を持って）ゲインを 1 以下にロールオフします。このようなロールオフは、単極フィルタのロールオフに等しくなります。単純化すると、フィルタの伝達関数にアンプの伝達関数が加わって複合関数となります。オペアンプの周波数依存特性がフィルタにどの程度の影響を与えるかは、使われている構成およびフィルタの周波数とアンプの帯域幅の比によって決まります。

例えば、サレンキー回路はアンプの周波数応答の影響が最も小さいフィルタです。アンプの応答で必要なのは、フィルタの減衰量が必要最小減衰量を下回る周波数を過ぎるまでフラットであることです。その理由は、アンプがゲイン・ブロックとして使われているからです。カットオフ周波数を超えると、オペアンプのゲインのロールオフによってフィルタの減衰量が減少します。その理由は、アンプの出力が位相シフトする結果、入力に帰還するときにゼロ調整が不完全になるからです。アンプの出力インピーダンスが、オープンループ・ゲインのロールオフにより周波数とともに増加することも問題となります。これはフィルタの減衰量を低下させます。

状態変数構成では、オペアンプをアンプと積分器の 2 つのモードで使います。アンプとしての周波数応答の制約はサレンキーに対するものと基本的に同じで、最小減衰周波数までフラットであることです。ただし、積分器としてはそれ以上のことが要求されます。確かな経験則として、アンプのオープンループ・ゲインはクローズドループ・ゲインの 10 倍以上（回路の Q から得られるピーキングを含む）が必要です。このことは絶対最小要件として取り上げる必要があります。これは、最小 20 dB のループ・ゲインが必要なことを意味します。したがって、1 MHz の積分器とするにはユニティ・ゲイン帯域幅が最小 10 MHz のオペアンプが必要となります。ループ・ゲインが減少すると実質的な回路の Q が増加します。この現象は Q エンハンスメントと呼ばれています。Q エンハンスメントのメカニズムはスルー・レートの制約に似ています。ループ・ゲインが十分でないと、オペアンプの仮想グラウンドはグラウンドではなくなります。

つまり、オペアンプはオペアンプとして動作しなくなります。このため、積分器は積分器のような動作をしなくなります。

また、多重帰還構成でも能動部品は大きく制約されます。Q エンハンスメントはこの構成でも問題となります。ループ・ゲインが減少すると、回路の Q が増加し、フィルタのパラメータが変化します。積分器に用いたものと同じ経験則を多重帰還構成にも適用します（ループ・ゲインは 20 dB 以上必要）。この計算式にはフィルタのゲインも要素に入れる必要があります。

FDNR フィルタを実現するためのオペアンプの要件はそれほど明確ではありません。回路を動作させるには、オペアンプの入力端子を同じ電圧に強制できることを想定します。このことは、共振周波数でのループ・ゲインが最小 20 dB であることを意味します。

一般的に、2 つのオペアンプがマッチングしていると有利であるとみなされています。これは、デュアル・オペアンプを使用することで容易に実現できます。オペアンプにはバイアス電流の小さいデバイスを用いるのも得策です。そこで、他の全ての条件が同じなら、FET 入力オペアンプを使う必要があります。

オペアンプの周波数に依存した制約に加えて、その他いくつかのパラメータがフィルタ設計にとって重要になります。

その 1 つは入力インピーダンスです。「理想」モデルでは、入力インピーダンスが無限大であることを想定しています。このことは、オペアンプの入力が周辺回路の負荷とならないために必要とされます。したがって、多くの場合に高インピーダンス回路を備えた FET アンプが望まれます。

実効インピーダンスは実際の入力インピーダンスのループ・ゲイン倍の値になるため、入力インピーダンスには周波数に依存する成分もわずかに含まれます。高周波フィルタの回路インピーダンスは小さいので、これは一般に主な誤差要因にはなりません。

入力容量の変化による歪み

FET 入力アンプにはもう 1 つ微妙な影響が見られます。FET の入力容量は印加される電圧によって変化します。多重帰還構成のように、アンプが反転構成で使われると、印加される電圧は 0 V に保たれます。したがって容量は変化しません。ただし、サレンキー回路の場合のように、アンプが非反転構成で使われると、この形態の歪みが存在する可能性があります。

この問題に対処する方法は 2 つあります。1 つ目は等価インピーダンスを小さく保つことです。2 つ目は入力から見たインピーダンスをバランスさせることです。これは、等価入力インピーダンスに等しいインピーダンスの回路をアンプの帰還側に付け加えることにより実現できます。これは、ユニティ・ゲインのアプリケーションにのみ有効であることに注意してください。

一例として、OP176 のデータシートに記載されている 1 kHz ハイパス・サレンキー・フィルタを示します（図 8.86）。補償なしの場合（曲線 A1）と補償ありの場合（曲線 A2）の歪みを図 8.87 に示します。また、インピーダンスを 10 倍にした同じ回路も示しています（B1 は補償なし、B2 は補償あり）。補償により歪みが改善されますが、最初の低インピーダンスの回路と同程度にはなりません。

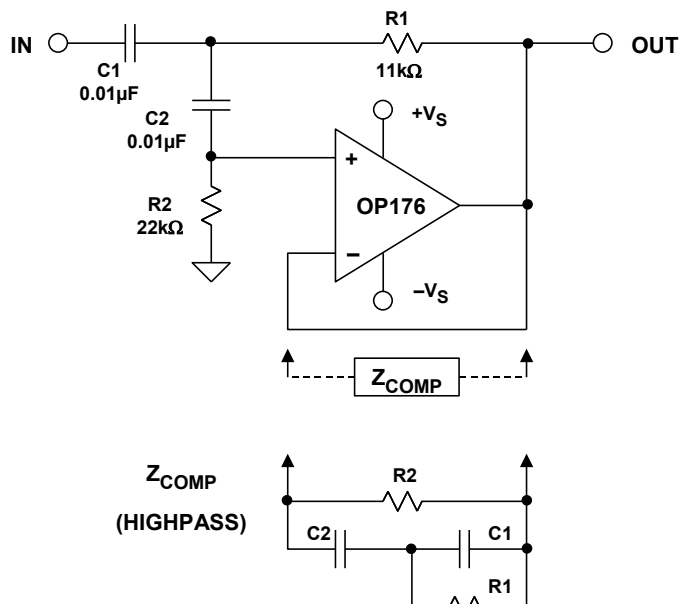


図 8.86: 入力容量の電圧による変化の補償

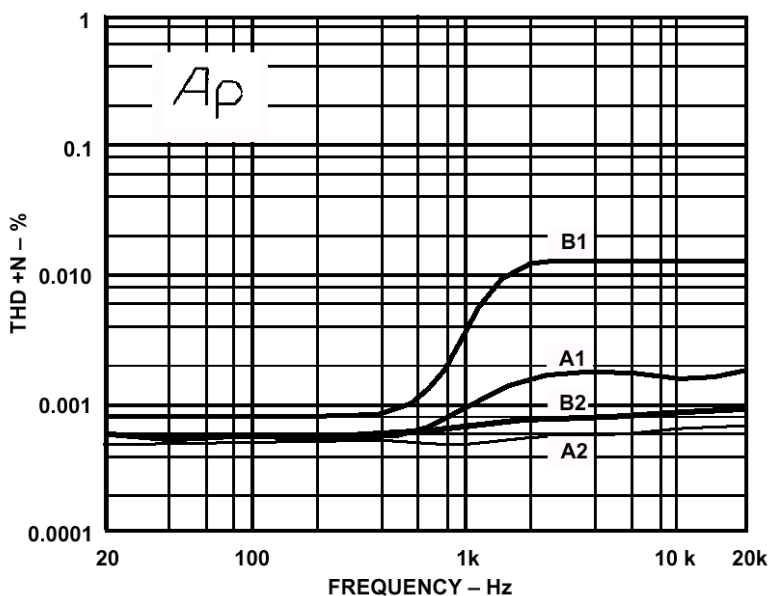


図 8.87: 入力容量の変化による歪み

同様に、オペアンプの出力インピーダンスもフィルタの応答に影響を与えます。アンプの出力インピーダンスはループ・ゲインで割った値となるため、周波数が高くなるに従って出力インピーダンスは増加します。このことは、フィルタを駆動する段の出力インピーダンスが回路網のインピーダンスのかなりの部分を占めるようになると、高周波フィルタに影響を与えます。

また、周波数が高くなることによってループ・ゲインが低下すると、補正のためのループ・ゲインも低下するため、オペアンプの歪みに影響を与える可能性があります。多重帰還構成の場合には、

帰還ループも周波数に依存して帰還補正を低減する結果、歪みが増加します。この影響は、フィルタ回路中の歪みを発生する部品を減らすことによっていくらか打ち消すことができます（ローパス・フィルタまたはバンドパス・フィルタを想定）。

ここまでは、全て従来型の電圧帰還型オペアンプの使用に基づいて検討してきました。電流帰還型（トランスインピーダンス）オペアンプは高周波応答を改善しますが、サレンキーを除く今まで説明したフィルタ構成で使用することができません。問題は、電流帰還型アンプの帰還ループにコンデンサを使用すると一般に不安定になることです。さらに、ほとんどの電流帰還型アンプは小さな負荷容量しか駆動できません。このため、電流帰還型アンプを使って従来型の積分器を実現するのは困難です。電流帰還型オペアンプの中には、非常に良い積分器を構成するために使用可能な外部ピンを備えているものもありますが、この構成は従来のアクティブ・フィルタ設計には適していません。

電流帰還型積分器は非反転になる傾向があり、状態変数構成では使用できません。また、電流帰還型アンプの帯域幅は帰還抵抗で設定されるため、多重帰還構成を実現することは困難です。多重帰還構成の電流帰還型アンプのもう 1 つの制約は、反転端子の入力インピーダンスが小さいことです。これはフィルタ回路の負荷となります。サレンキー・フィルタでは、アンプが非反転ゲイン・ブロックとして使われるため、電流帰還型アンプを使用することが可能です。電流帰還型アンプの優れた高周波性能を生かし、その制約を補償する新たな回路構成を開発する必要があります。

Q ピーキングと Q エンハンスメント

最後に気を付ける必要があるのは、アンプのダイナミック・レンジを超えることです。Q が 0.707 を超えるとフィルタの応答にピークが生じます（図 8.5 ～図 8.7 参照）。高い Q の場合、大きな入力のあるときにアンプの入力段または出力段の過負荷が生じる可能性があります。比較的小さな値の Q でもかなり大きなピークを生じることがあります。Q と回路のゲインの積はループ・ゲイン以下でなければなりません（さらにいくらかのマージンが必要で、この場合も 20 dB 以上）。これは多重帰還アンプ構成でも同様です。入出力のレベルだけでなく、内部ノードのレベルにも注意してください。アンプが過負荷になると、実質的な Q が低下するため、出力に歪みが発生していなくても伝達関数に変化が生じます。これは、入力レベルの増加による伝達特性の変化として現われます。

ここまでの大部分はローパス・フィルタについて説明してきましたが、同様の原理はハイパス、バンドパス、バンドリジェクトにも適用できます。一般に、共振周波数はオペアンプのカットオフ周波数と比べて低いことが期待されるため、 Q エンハンスメントやゲイン／帯域幅制限などの問題はハイパス・フィルタに影響を与えません。ただし、ハイパス・フィルタは、アンプのカットオフ周波数のときに、デフォルトによるローパス・セクションを持つことに注意してください。バンドパス・フィルタとバンドリジェクト（ノッチ）フィルタは、どちらも特に Q が高くなる傾向があるため、影響を受けます。

オペアンプの周波数応答がフィルタの Q に与える一般的な影響を図 8.88 に示します。

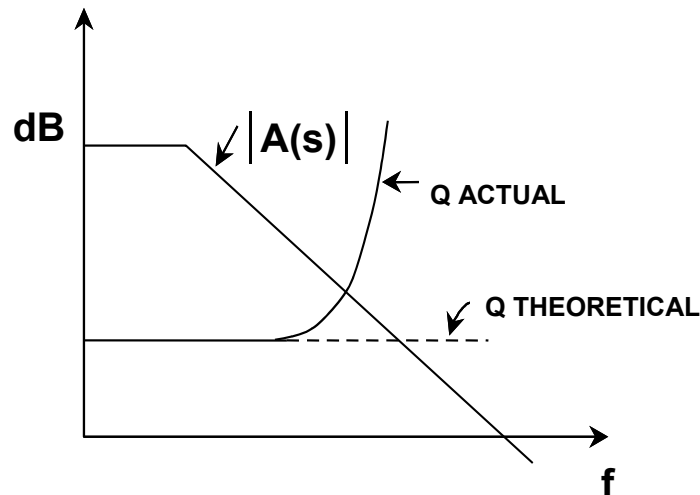


図 8.88: Q エンハンスメント

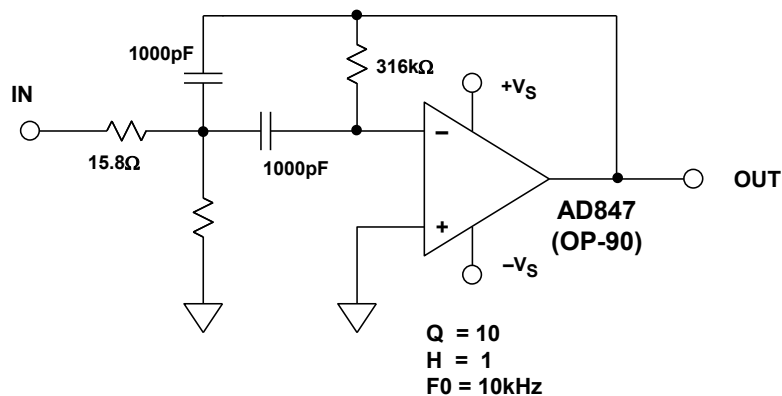


図 8.89: 1 kHz 多重帰還バンドパス・フィルタ

Q エンハンスメント現象の例として、 $Q = 10$ 、ゲイン = 1 の 10 kHz 多重帰還バンドパス・フィルタに、アクティブ・デバイスとして最適な高周波アンプ（AD847）を用い、SPICE シミュレーションを検討します。この回路図を図 8.89 に示します。図 8.91（A）に示すように、AD847 の 10 kHz でのオープンループ・ゲインは 70 dB 以上です。

この値は最小値の 20 dB より十分に大きいため、フィルタは図 8.90 に示すように設計どおりに動作します。

ここで、AD847 を OP-90 に置き換えます。OP-90 は高精度 DC アンプなので帯域幅が制限されています。実際、10 kHz でのオープンループ・ゲインは 10 dB 未満です（図 8.91 (B) 参照）。このことは、AD847 が全ての場合に OP-90 より優れていることを意味するわけではありません。これは OP-90 を誤って使用したケースです。

また図 8.90 に示されているように、OP-90 の出力から、出力の振幅が現象し、中心周波数が下側にシフトしていることがわかります。

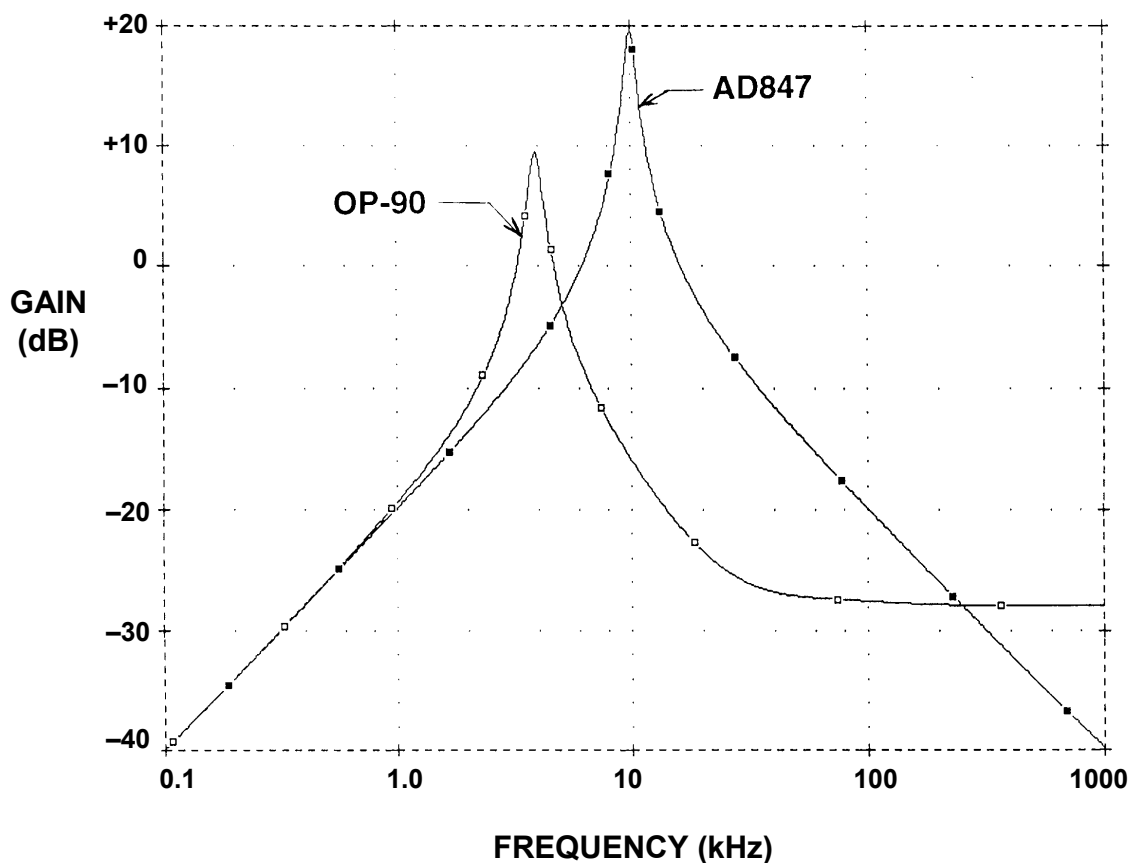


図 8.90: 「Q エンハンスメント」の影響

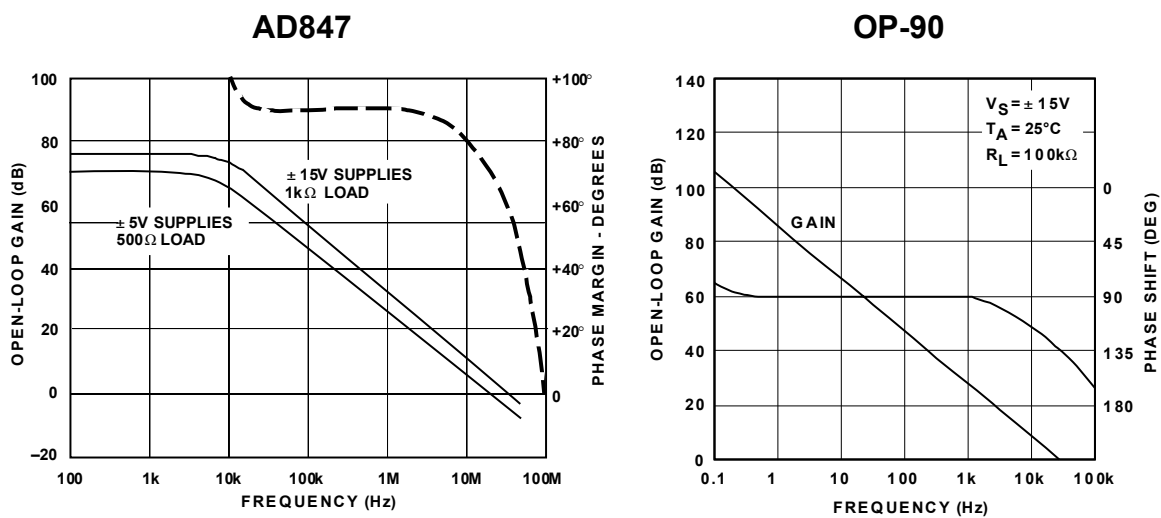


図 8.91: AD847 と OP-90 のボーデ線図

8.8: 設計例

ここまで説明した概念について、いくつか実施例を検討してみます。

アンチエイリアシング・フィルタ

例として、パッシブとアクティブのアンチエイリアシング・フィルタを共通の仕様に基づいて設計してみます。アクティブ・フィルタは、4 つの方式（サレンキー、多重帰還、状態変数、周波数依存性負性抵抗（FDNR））で設計します。

このフィルタの仕様は以下のとおりです。

- 1) カットオフ周波数は 8 kHz。
- 2) 阻止帯域の減衰量は 72 dB。これは 12 ビット・システムに相当します。
- 3) ナイキスト周波数は 50 kSPS。
- 4) 減衰量と位相応答のバランスを最も良くするためにバターワース・フィルタの応答を選択します。

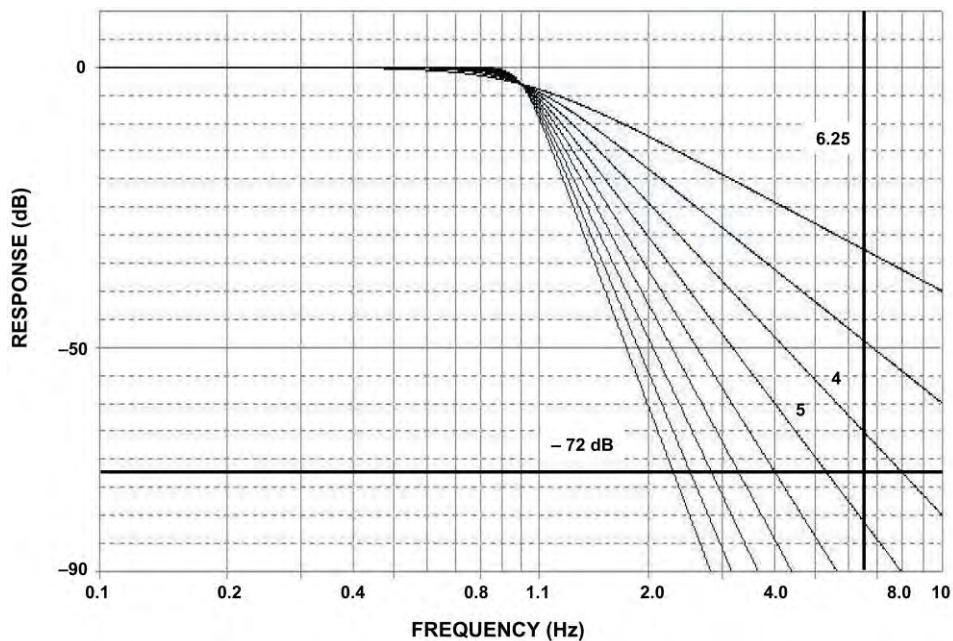


図 8.92: フィルタ次数の決定

バターワースの応答曲線（図 8.14 を図 8.92 として再生）を参照すると、周波数比 6.25（50 kHz/8 kHz）に対して、5 次のフィルタが必要であることがわかります。

ここで、バターワースの設計表（図 8.26）を参照すると、5 次バターワース・フィルタの正規化された極は次のようになります。

STAGE	F_o	α
1	1.000	1.618
2	1.000	0.618
3	1.000	-----

最終ステージは実数の極（単極）であるため、 α 値は持ちません。ハードウェアの実装順序が必ずしもこの表のとおりであるとは限りません。一般に、実数の極を最後に配置し、ここで行ったように 2 次のセクションを α 値が減少（ Q が増加）する順に配置します。これにより、内部ノードを過負荷にする可能性のある Q の高いセクションによるピーキングを防止できます。単極を最後に配置することのもう 1 つの利点は、オペアンプのノイズを帯域制限することです。これは、特に単極をパッシブ・フィルタで実現する場合に当てはまります。

パッシブ・フィルタの設計では、ゼロ入力インピーダンスの構成を選択することにします。「従来」のパッシブ・フィルタは、一般に信号源と負荷端の両方を終端するダブル終端が行われますが、ここでは電力ではなく電圧の伝達を重視するので、信号源の終端は行いません。設計表（参考資料 2 の 313 ページを参照）から、このフィルタの正規化された値が求められます（図 8.93 参照）。

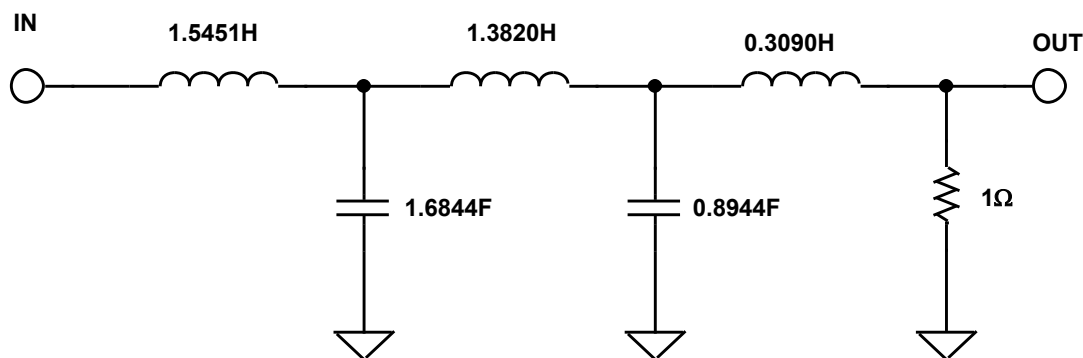


図 8.93: 正規化されたパッシブ・フィルタによる構成

これらの値は、1 Ω の終端で 1 rad/s のフィルタになるように正規化されたものです。フィルタをスケールリングするため、全てのリアクティブ要素を所定のカットオフ周波数 8 kHz（= 50265 rad/sec、= $2\pi \times 8 \times 10^3$ ）で割ります。これは、一般に周波数スケールリング・ファクタ（FSF）と呼ばれています。インピーダンスについてもスケールリングする必要があります。

この例では、任意の値として $1000\ \Omega$ を選択します。インピーダンスをスケーリングするため、一般にインピーダンス・スケーリング・ファクタ (Z) と呼ばれる値を使って、すべての抵抗とインダクタの値に乗算し、全てのコンデンサの値を除算します。

スケーリング後の回路は図 8.94 のようになります。

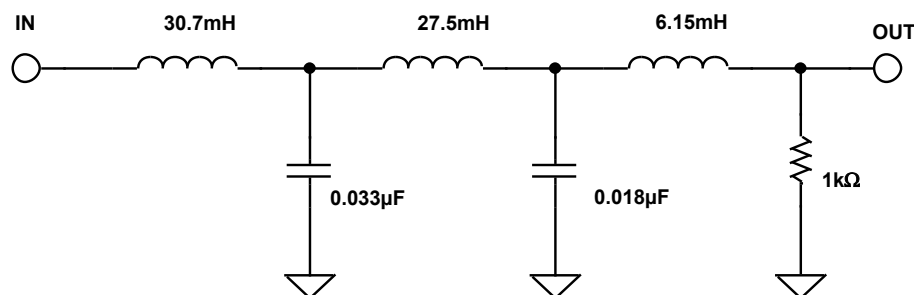


図 8.94: パッシブ・フィルタによる構成

サレンキー・アクティブ・フィルタでは、図 8.49 の設計式を用います。抵抗値が妥当な値になるように、各セクションの $C1$ の値を任意に選択します。その構成を図 8.95 に示します。

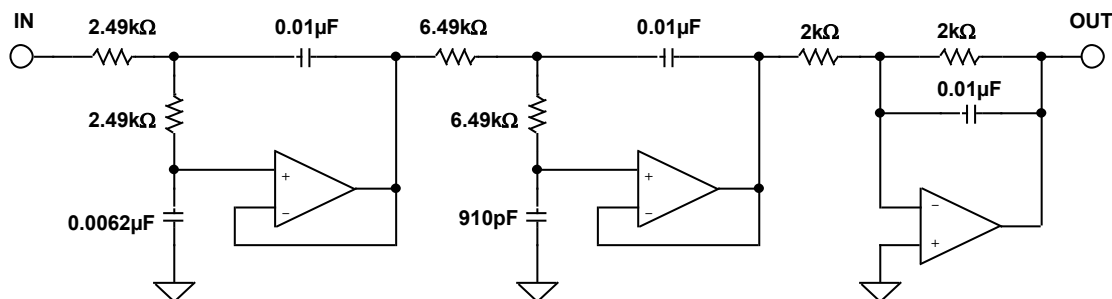


図 8.95: サレンキー・フィルタによる構成

各部品の値は、最も近い標準値になるように端数を丸めてあります。ほとんどのアクティブ・フィルタを正しく動作させるには、インピーダンスがゼロのドライバと、オペアンプのバイアス電流による DC のリターン・パスが必要になります。オペアンプを使ってフィルタを駆動する場合、これらの条件はどちらもほぼ満たされます。

上記の例では、単極フィルタはアクティブ回路として実現されています。これをパッシブ RC フィルタとして構成してもよいかもしれません。アクティブなセクションにする利点は出力インピーダンスが低くなることです。アプリケーションによっては、特にスイッチド・キャパシタ構成を使用する ADC 入力を駆動する場合にはこれが利点となります。

このタイプの入力は、シグマ・デルタ ADC やその他多くの CMOS タイプのコンバータで一般的です。また、後続段の入力インピーダンスがパッシブ・セクションの負荷とならないようにします。

このフィルタを多重帰還で実現したものを図 8.96 に示します。これは図 8.52 の計算式を使って設計しました。このケースでは、最終セクションはパッシブ RC 回路です。

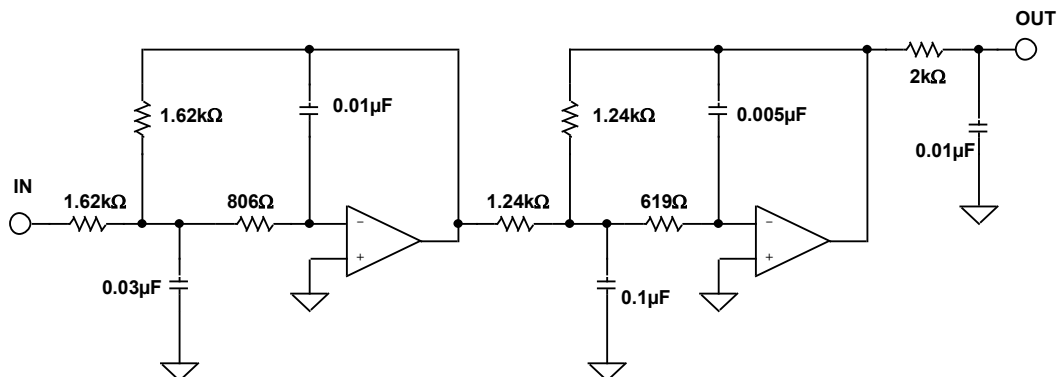


図 8.96: 多重帰還フィルタによる構成

必要に応じて、パッシブ・セクションの後にオプションのバッファを追加することができます。これにより上述の利点の多くが得られますが、出力アンプのノイズの帯域制限はできません。上述の 2 種類のフィルタ構成の 1 つを使用することにより、反転と非反転のどちらの設計も行えます。

図 8.97 に示す状態変数フィルタは、図 8.55 の計算式を使って設計したものです。この場合も、抵抗値は最も近い 1% 標準値になるように端数を丸めてあります。

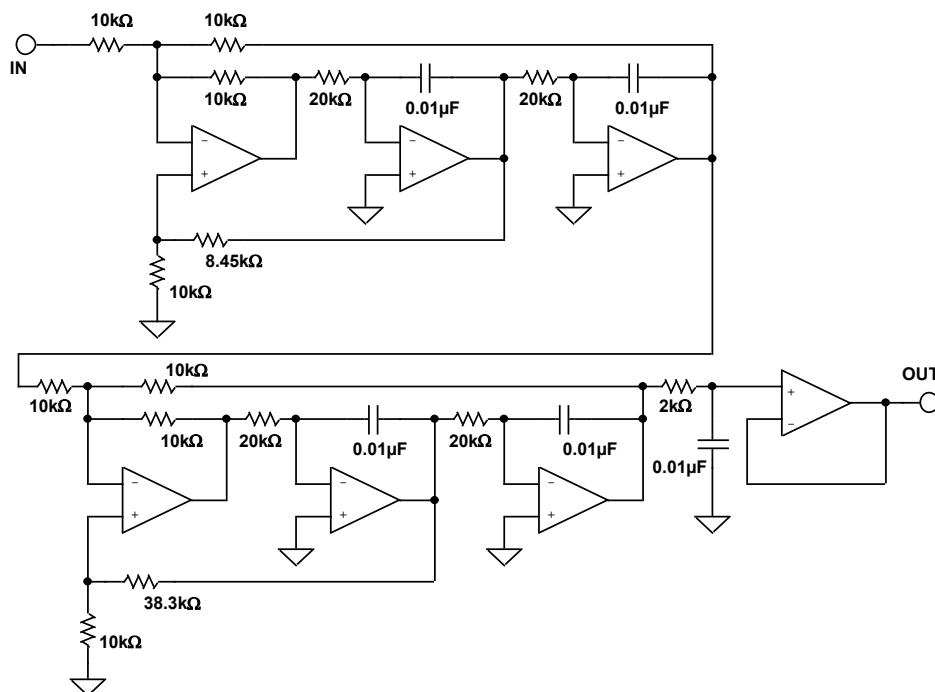


図 8.97: 状態変数フィルタによる構成

このフィルタ構成は、明らかにサレンキーや多重帰還よりも多くの部品を使用します。この回路を使用するのが合理的なのは、安定性が向上し、個々のパラメータが独立に調整可能である点にあります。

このフィルタを周波数依存性負性抵抗（FDNR）で実現したものを図 8.98 に示します。

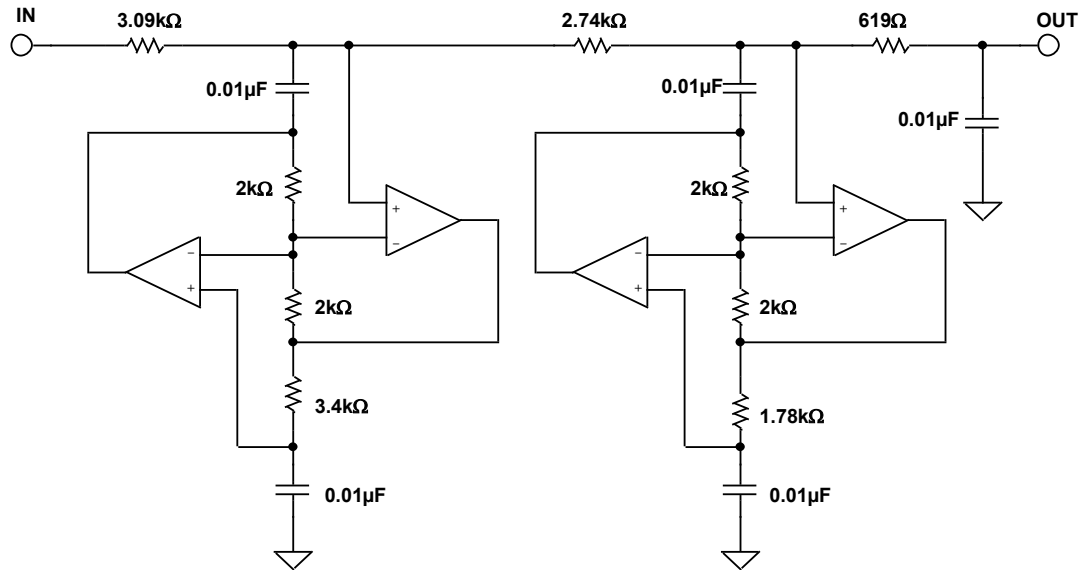


図 8.98: FDNR による構成

パッシブから FDNR への変換手順では、D エLEMENT を 1 F の容量になるように正規化します。次に、より適切な値（この場合では 0.01 μ F）になるようにフィルタをスケールリングします。

上記の全ての構成では、部品の値は計算値ではなく標準値を使用しています。部品の値が理想値と異なるとフィルタの応答特性がシフトしますが、多くの場合、その影響はごくわずかです。コンピュータを使ってこれらの変化が全体の性能に与える影響を評価し、それらが許容できるかどうかを判断することができます。

標準値を使用することの影響を確認するため、サレンキーによる構成を例として取り上げます。この 3 セクションのフィルタのそれぞれの応答を図 8.99 に示します。ここではサレンキー・フィルタを取り上げましたが、その他の構成でも同様の結果が得られます。

図 8.100 では、計算値の代わりに標準値を用いた影響を示しています。フィルタ応答の大まかな形状に変化はなく、周波数がわずかにシフトしていることに注意してください。これは抵抗の標準値についてのみ検証したものです。部品の許容差の全体的な影響を把握するには、全ての部品の許容差と部品の温度や経時変化の影響について、同種の計算を行う必要があります。

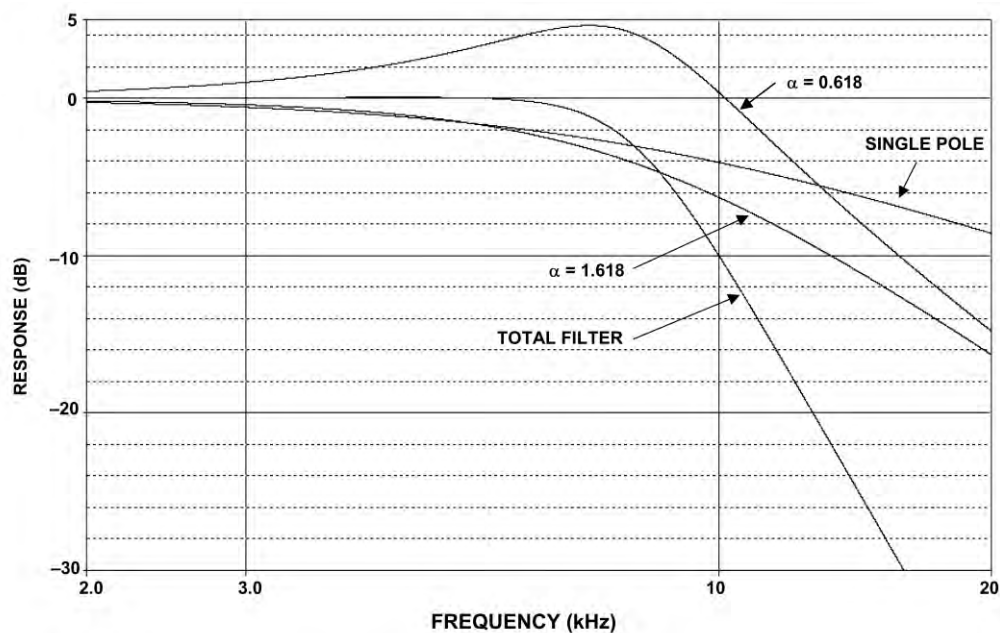


図 8.99: 個別のセクションの応答

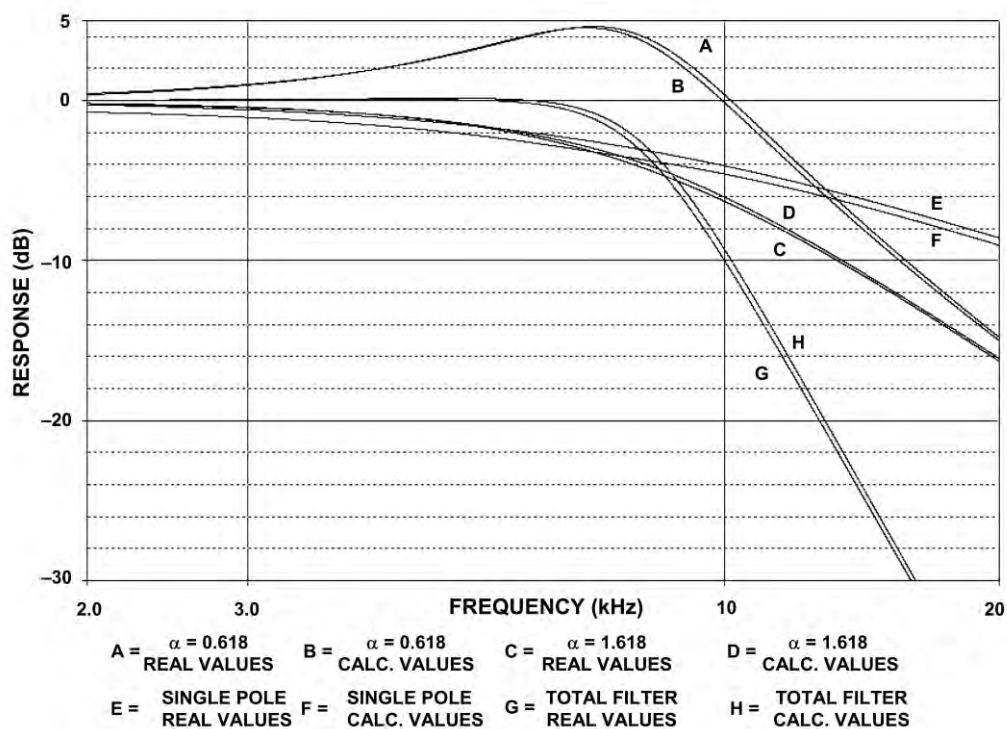


図 8.100: 標準値の抵抗の使用による影響

オペアンプを使ったアクティブ・フィルタのアプリケーションの場合、フィルタ性能を最良にするためには、多くの場合、アンプの DC 精度が重要になります。

アンプのオフセット電圧はローパス・フィルタを通過し、増幅されて過大な出力オフセットとなる可能性があります。大きな値の抵抗が必要な低周波アプリケーションでは、これらの抵抗を流れるバイアス電流も出力オフセット電圧を発生させます。

さらに、高い周波数では、オペアンプの動特性について注意深く検討する必要があります。ここで、スルー・レート、帯域幅、そしてオープンループ・ゲインがオペアンプの選択に重要な役割を果たします。歪みを最小限に抑えるため、スルー・レートは高速であるとともに対称でなければなりません。

フィルタの変換

次の例ではフィルタの変換手順について検証します。

前に説明したように、フィルタ理論はローパス・プロトタイプを基本としており、これからその他の形態に導きます。これらの例で使用するプロトタイプは、1 kHz、3 極、0.5 dB のチェビシェフ・フィルタです。チェビシェフを選択したのは、応答が不適当かどうかははっきりと分かるからです。バターワースではほとんどの場合、このような状況が目立ちません。極対と単極を変換するため、3 極フィルタを選択しました。

ローパス・プロトタイプの極の位置は図 8.30 から求めました。これらは以下のとおりです。

STAGE	α	β	F_o	α
1	0.2683	0.8753	1.0688	0.5861
2	0.5366		0.6265	

最初のステージは極対で、次のステージは単極です。2 つの全く異なるパラメータに α を使った好ましくない表記をしていることに注意してください。左側の α と β は s 平面での極の位置です。これらは変換アルゴリズムで使用する値です。右側の α は $1/Q$ であり、物理的なフィルタの設計式に必要な値です。

フィルタを実現するためにサレンキー構成を用います。フィルタの設計には、図 8.67（極対）の設計式と図 8.66（単極）の設計式を使用します。この回路図を図 8.101 に示します。

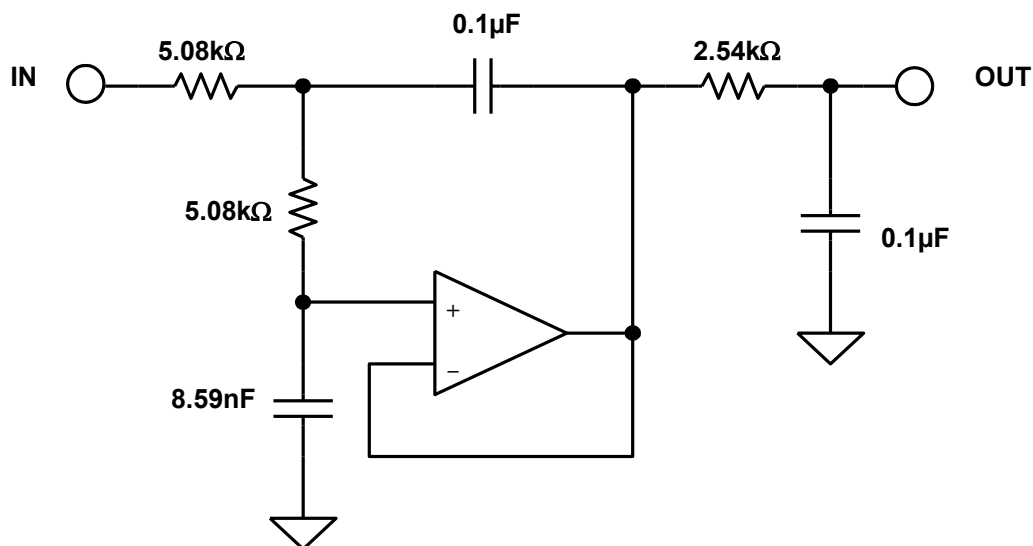


図 8.101: ローパス・プロトタイプ

ここで、セクション 8 に示した一連の計算式を使って、このフィルタをハイパス・フィルタに変換します。変換結果は以下のようになります。

STAGE	α	β	F_0	α
1	0.3201	1.0443	0.9356	0.5861
2	1.8636		1.596	

ここで、1 つ注意が必要です。チェビシェフ・フィルタを表す慣例で、3 dB 周波数の代わりに誤差帯域の終わりの周波数が引用されます。このため、ハイパスに対しては、 F_0 をリップル帯域幅と 3 dB 帯域幅の比（セクション 4 の表 1）で割る必要があります。

ここでも、フィルタを実現するためにサレンキー構成を用います。フィルタの設計には、図 8.68（極対）の設計式と図 8.66（単極）の設計式を使用します。この回路図を図 8.102 に示します。

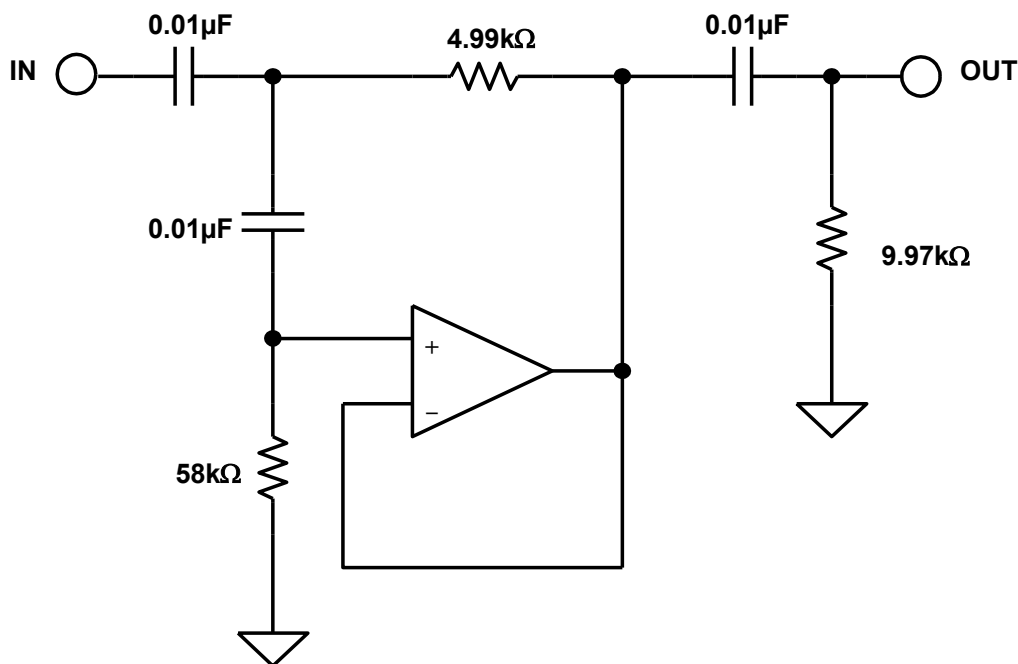


図 8.102: ハイパスへの変換

ローパス・プロトタイプとハイパスへの変換の応答を図 8.103 に示します。これらが 1 kHz のカットオフ周波数を中心に対称であることに注目してください。誤差帯域が 1 kHz であり、-3 dB ポイントではないことがチェビシェフ・フィルタの特性であることにも注意してください。

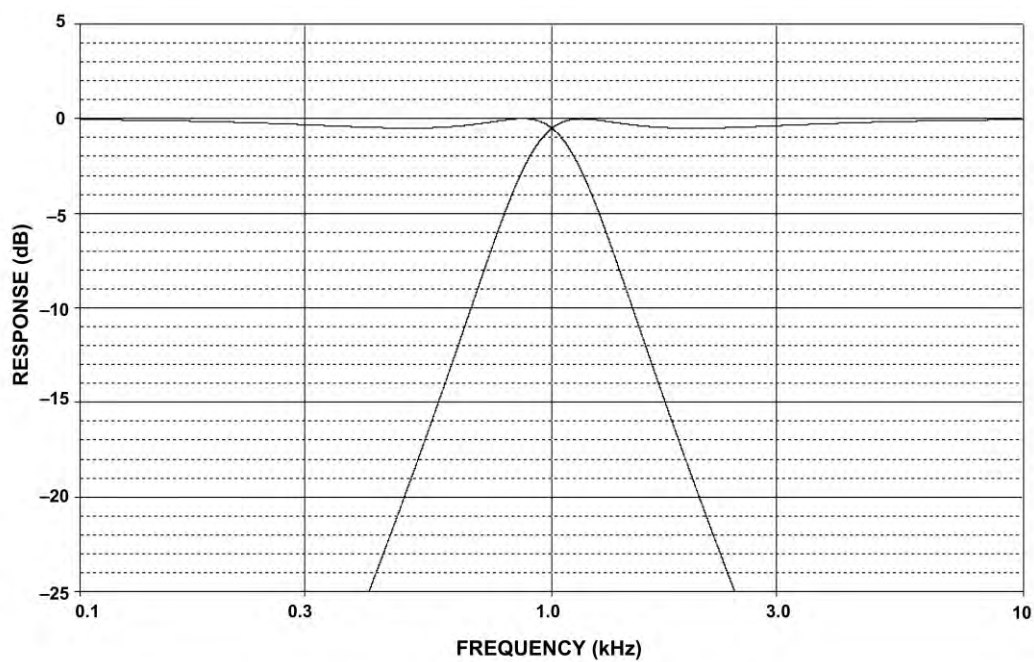


図 8.103: ローパスとハイパスの応答

今度は、ローパス・プロトタイプをバンドパス・フィルタに変換します。変換には、セクション 8.5 で示した一連の計算式を使用します。プロトタイプ・フィルタのそれぞれの極を極対に変換します。したがって、3 極のプロトタイプを変換すると、6 極（3 つの極対）を持つようになります。さらに、s 平面の原点に 6 個のゼロが生じます。

変換手順の一部として、変換後のフィルタの 3 dB 帯域幅を規定します。この場合、この帯域幅を 500 Hz に設定します。変換結果は以下のようになります。

STAGE	F_0	Q	A_0
1	804.5	7.63	3.49
2	1243	7.63	3.49
3	1000	3.73	1

最初の 2 つのステージがゲインを必要とするのは、それらの中心周波数ではフィルタ全体の中心周波数に対して振幅が減衰するからです。最終的な Q は中程度（20 以下）なので、多重帰還型構成を選択することになります。ここで、フィルタのセクションの設計に図 8.72 を用いました。

フィルタの回路図を図 8.104 に、フィルタの応答を図 8.105 に示します。

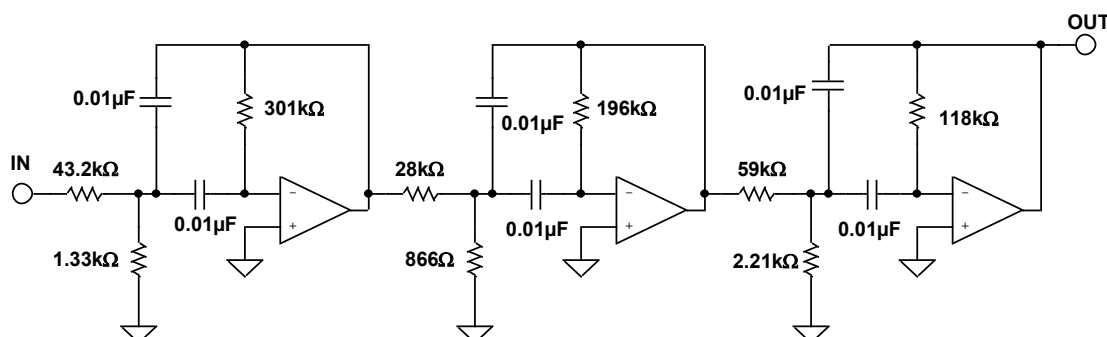


図 8.104: バンドパスへの変換

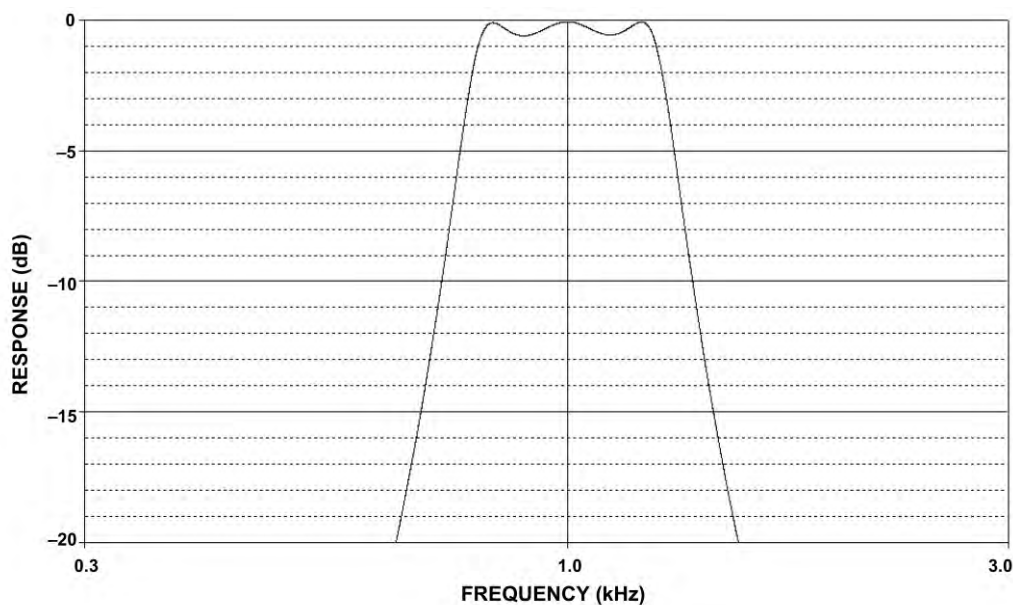


図 8.105: バンドパス・フィルタの応答

この場合も、中心周波数に対して対称であることに注目してください。また、800 Hz の帯域幅は中心周波数の両側が 250 Hz（算術対称）ではありません。その代わり幾何学的には対称です。つまり、等しい振幅の 2 つの任意の周波数（ F_1 および F_2 ）について次の関係が成り立ちます。

$$F_0 = \sqrt{F_1 \cdot F_2} \quad \text{式 8-96}$$

最後に、このローパス・プロトタイプをバンドリジエクト・フィルタに変換します。これには、セクション 8.5 の一連の計算式を使用します。この場合も、プロトタイプ・フィルタのそれぞれの極を極対に変換します。したがって、3 極のプロトタイプを変換すると、6 極（3 つの極対）を持つようになります。

このフィルタの応答を図 8.107 と図 8.108 (詳細) に示します。この場合も、中心周波数に対して対称で、周波数が幾何学的に対称であることに注目してください。

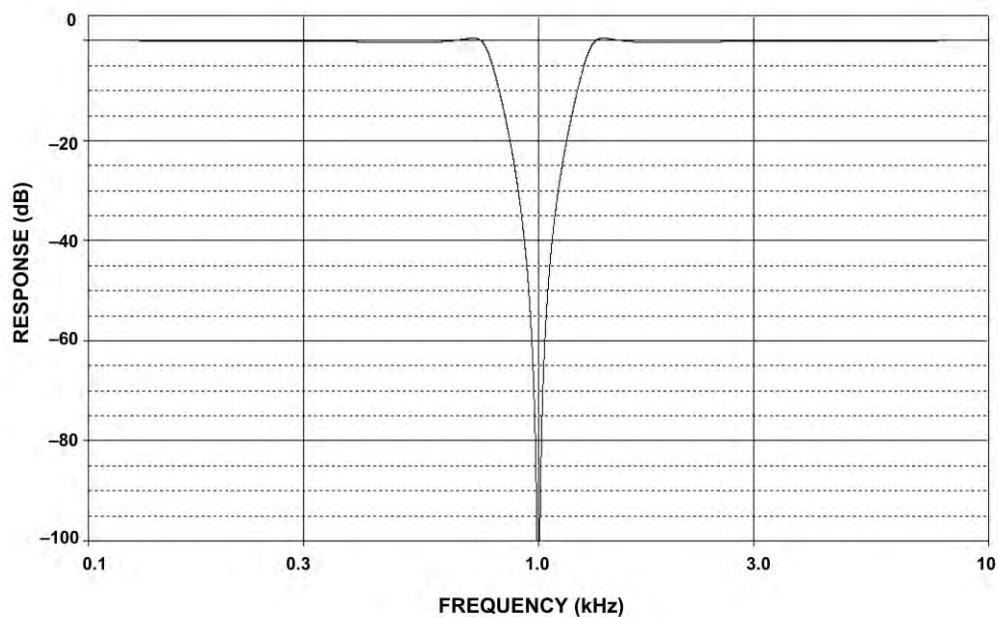


図 8.107: バンドリジェクトの応答

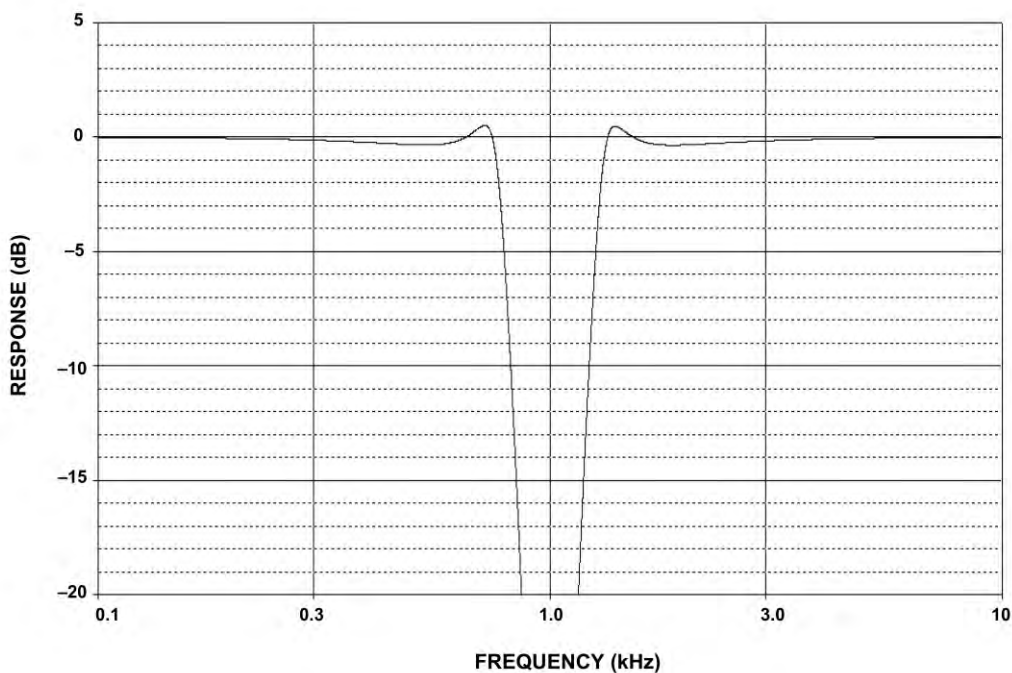


図 8.108: バンドリジェクトの応答 (詳細)

CD 用再構成フィルタ

この設計は雑誌の記事用に行ったもので、デジタル音源に使用する高品質の外部 D/A コンバータを示しています。（参考資料 26 参照）。

再構成フィルタは D/A コンバータの出力に必要とされます。それは、その名称にもかかわらず、D/A コンバータの出力が真のアナログ電圧ではなく連続したステップ波形であるからです。このコンバータは離散的な電圧を出力し、次のサンプルが有効になるまで保持します。このフィルタの役割は、高周波数成分を取り除いて波形を滑らかにすることです。このため、このフィルタは平滑化フィルタと呼ばれることがあります。また、変換過程のエイリアスを除去する役割も果たします。オーディオ業界の「標準」として、3 次ベッセル関数フィルタを再構成フィルタとして使用します。ベッセル・フィルタを使用する理由は最良の位相応答を持つからです。これにより、楽曲の個々のトーンの位相関係を保つことができます。この位相特性の「長所」の代償として、振幅特性はその他のタイプのフィルタほど良くはありません。D/A コンバータに 48 kSPS のデータ・ストリームの 8× オーバ・サンプリングを用いると仮定すると、エイリアスが 364 kHz ($8 \times 48 \text{ k} - 20 \text{ k}$) に現れます。インターポレーション・プロセスに使用するデジタル・フィルタは、20 kHz ~ 364 kHz の周波数を除去します。帯域の端を 30 kHz と仮定すると、ほぼ 12 倍 ($364 \div 30$) の周波数比になります。通過帯域でのフィルタのロールオフを最小限に抑えるため、帯域の端として 20 kHz ではなく 30 kHz を使用します。実際、このようなフィルタを設計するには、シェルビング・フィルタを搭載して通過帯域でのロールオフを補償します。図 8.20 から推定すると、3 次ベッセル・フィルタは $12 \times F_0$ の周波数で 55 dB 程度の減衰しか与えません。これは約 9 ビット精度でしかありません。

フィルタを 7 次として設計し、等リップル誤差 0.05° の線形位相として設計することにより、阻止帯域の減衰を $12 \times F_0$ の周波数において約 120 dB まで増大させることができます。これは期待する 20 ビット・システムに近いものです。

このフィルタは FDNR タイプで設計します。このタイプは無作為に決めました。この構成を選択した理由は、部品の許容誤差の影響が小さいことと、オペアンプが直接の信号経路ではなくシャント・アームにあるという事実にあります。

最初のステップはパッシブ・プロトタイプを見つけることです。これは、ウィリアムスの著書にある図表を使って行います。ここで、図 8.109A に示す回路が得られます。次に、s 平面での変換を行います。これにより、図 8.109B に示す回路が得られます。このフィルタは周波数が 1 Hz、インピーダンス・レベルが 1Ω にスケールリングされています。変換されたフィルタの D 構造は、物理的に実現可能な GIC 構造で置き換えます。次に、フィルタを周波数 (30 kHz) とインピーダンス (とりあえず $1 \text{ k}\Omega$ を選択) で非正規化します。これにより、周波数スケールリング係数 (FS) は $1.884 \times 10^5 (= 2\pi (3 \times 10^4))$ になります。次に、コンデンサにとりあえず 1 nF の値を選択します。これにより、 $5305 (= (C_{OLD}/C_{NEW})/FSF)$ のインピーダンス・スケールリング係数 (Z) が得られます。

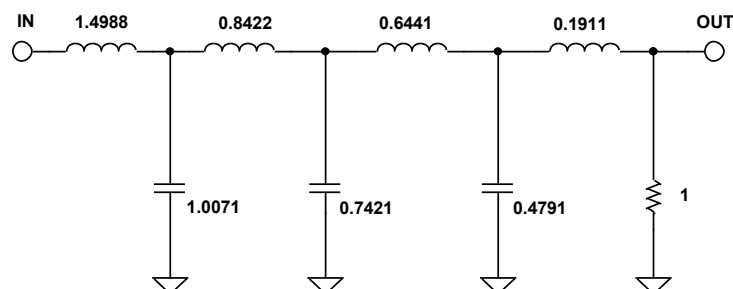


図 8.109A: CD 用再構成フィルタ (パッシブ・プロトタイプ)

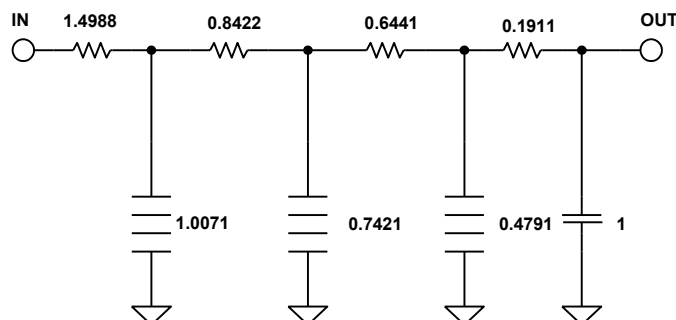


図 8.109B: CD 用再構成フィルタ (s 平面での変換)

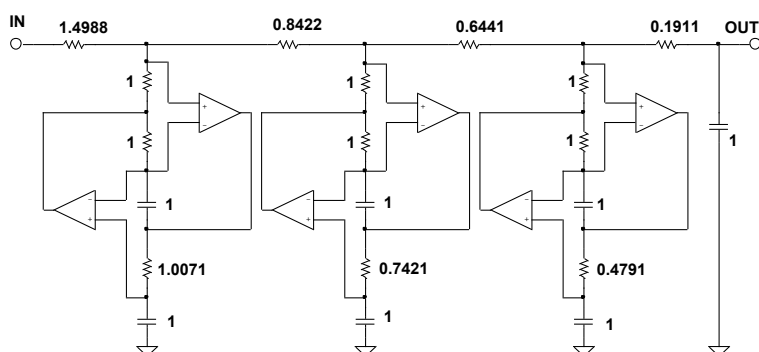


図 8.109C: CD 用再構成フィルタ (正規化された FDNR)

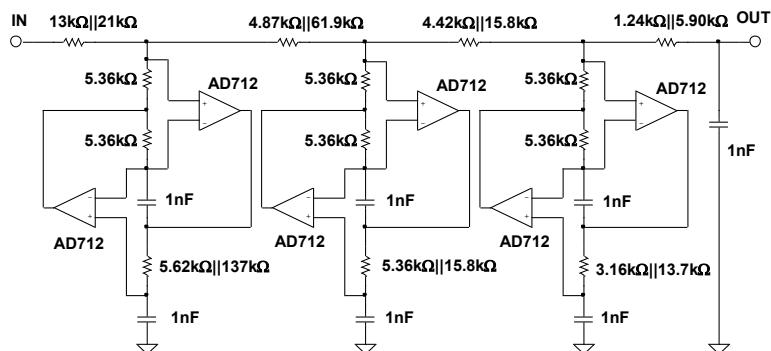


図 8.109D: CD 用再構成フィルタ (最終フィルタ)

次に、抵抗値に Z の値を掛けます。これにより、 $1\ \Omega$ で正規化された値の抵抗は $5.305\ \text{k}\Omega$ の値になります。わかりやすくするため、 $5.36\ \text{k}\Omega$ の標準値を採用します。これから逆算すると、カットオフ周波数は $29.693\ \text{kHz}$ に変わります。カットオフ周波数のこのわずかなシフトは許容できます。

次に、周波数スケール係数を新しい中心周波数で再計算し、この値を使って残りの抵抗を非正規化します。設計の流れを図 8.109 に示します。最終的な回路図を図 8.109D に示します。

このフィルタの性能を図 8.110 (A ~ D) に示します。

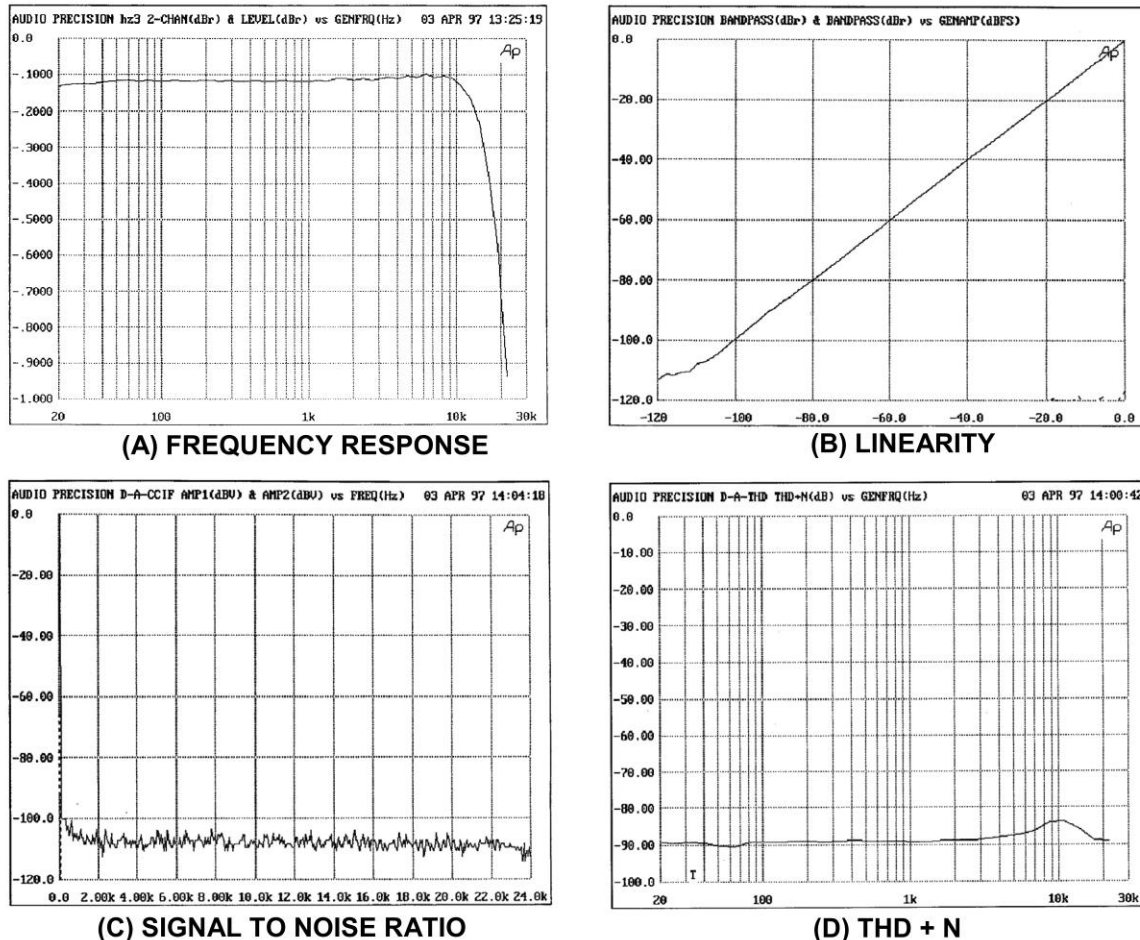


図 8.110: CD 用フィルタの性能

デジタル設定可能な状態変数フィルタ

状態変数フィルタの魅力的な特長の 1 つは、パラメータ（ゲイン、カットオフ周波数、および Q）を独立に調整可能なことです。この特性を活用して、これらのパラメータを制御することができます。

はじめに、このフィルタに少し手を加えます。Q を決める抵抗分圧器（図 8.84 の R6 と R7）を反転構成に変えます。この新しいフィルタの回路図を図 8.111 に示します。次に、抵抗 R1、R2、R3、R4（図 8.111）を CMOS 乗算 DAC に置き換えます。R5 は DAC 内蔵の帰還抵抗として実装されることに注意してください。この回路図を図 8.112 に示します。

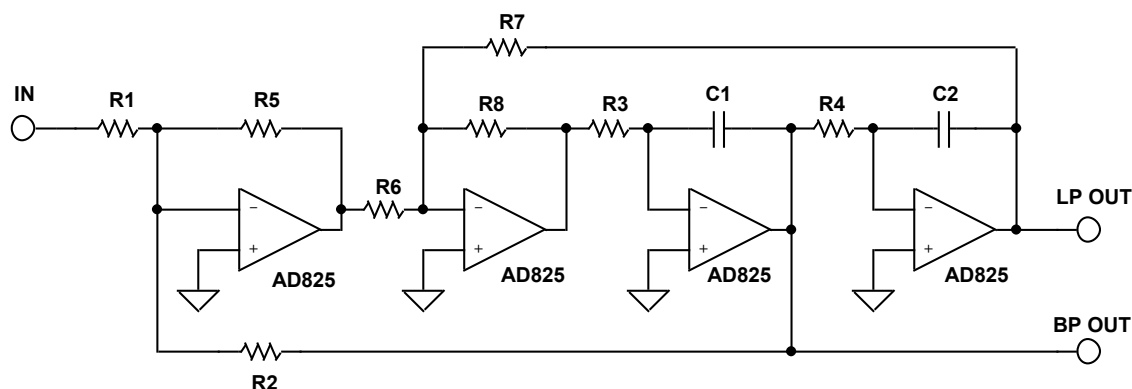


図 8.111: 変形した状態変数フィルタ

AD7528 は 8 ビットのデュアル MDAC で、AD825 は高速 FET 入力オペアンプです。これらの部品を使用することにより、周波数を約 550 Hz ～約 150 kHz の範囲で変化させることができます（図 8.113）。Q は約 0.5 ～ 12.5 以上の範囲（図 8.114）で、回路のゲインは 0 dB ～ -48 dB（図 8.115）の範囲で変化させることができます。

パラメータを制御する際の DAC の動作は、DAC が抵抗の実効抵抗を変化させると考えると最もよく理解できます。この関係は次のようになります。

$$\text{DAC EQUIVALENT RESISTANCE} = \frac{256 * \text{DAC RESISTANCE}}{\text{DAC CODE (DECIMAL)}} \quad \text{式 8-97}$$

これにより、AD7528 の抵抗は事実上、11 kΩ ～ 2.8 MΩ の範囲で変化します。

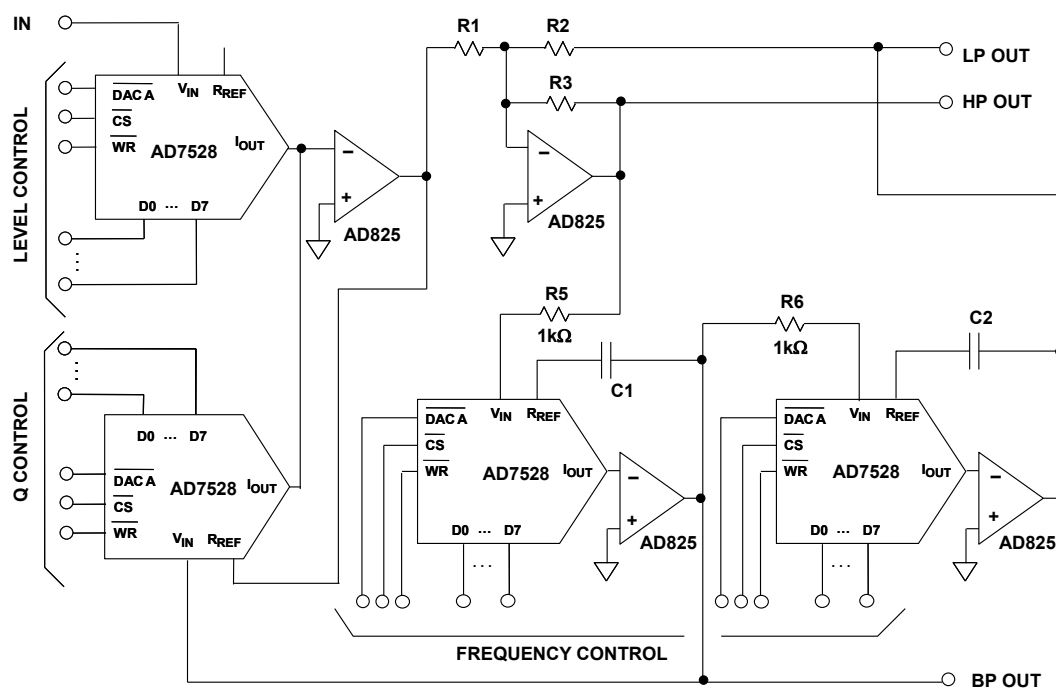


図 8.112: デジタル制御の状態変数フィルタ

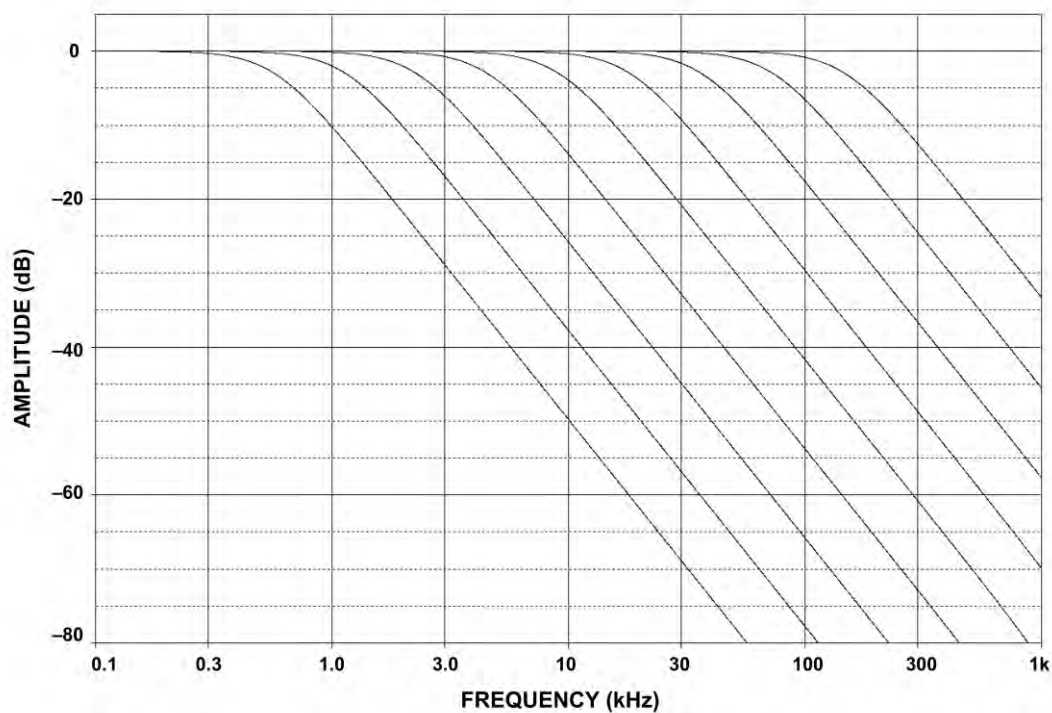


図 8.113: DAC 制御ワードに対する周波数応答

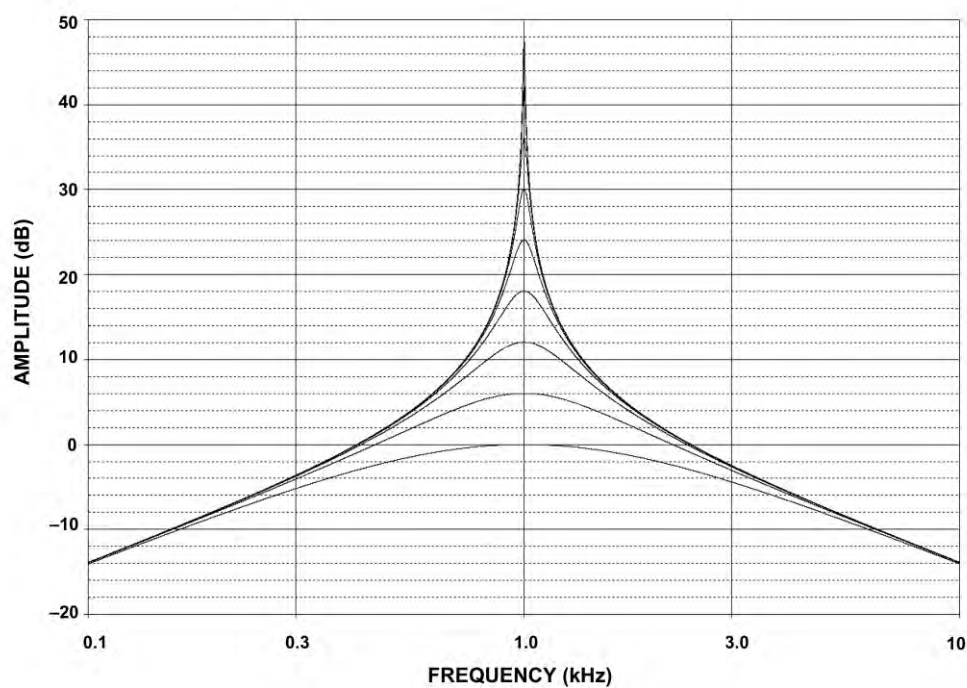


図 8.114: DAC 制御ワードに対する Q の変化

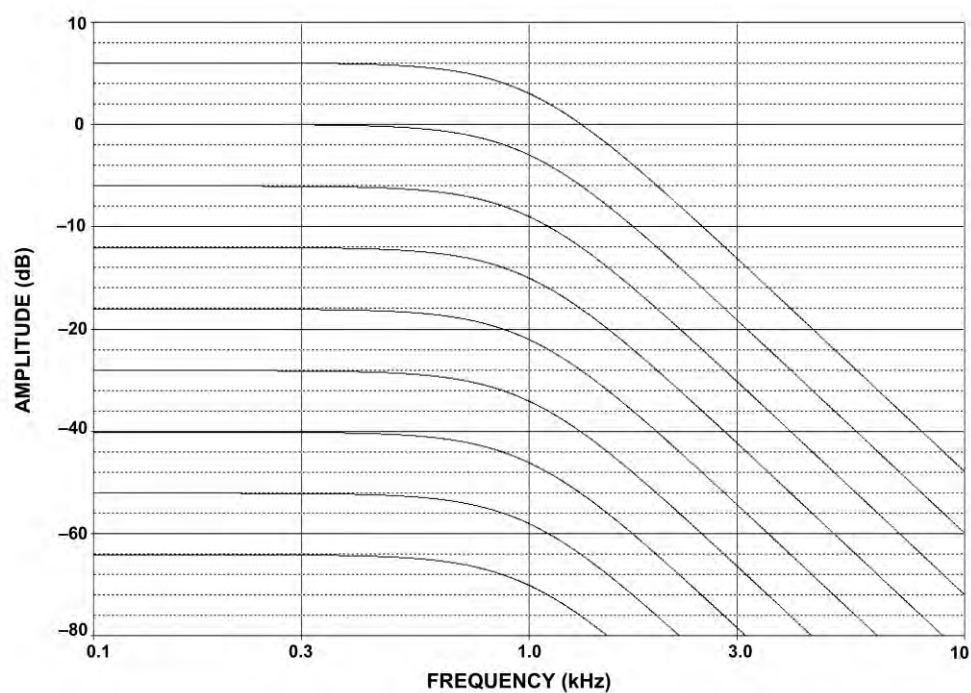


図 8.115: DAC 制御ワードに対するゲインの変化

この設計の 1 つの制約は、周波数が DAC のラダー抵抗の値に依存するということです。この特定のパラメータは制御されていません。DAC は、抵抗の絶対値ではなく抵抗値の比を制御するように調整されています。AD7528 の場合、代表値は $11\text{ k}\Omega$ 、最小値は $8\text{ k}\Omega$ 、最大値は $15\text{ k}\Omega$ に規定されています。この問題は回路に簡単な変更を加えることで取り除けますが、2 個のオペアンプを追加する必要があります（図 8.116）。この場合、実効抵抗の値は DAC の抵抗ではなく固定抵抗で設定されます。2 個の積分器があるので、追加したオペアンプによる反転はキャンセルされます。

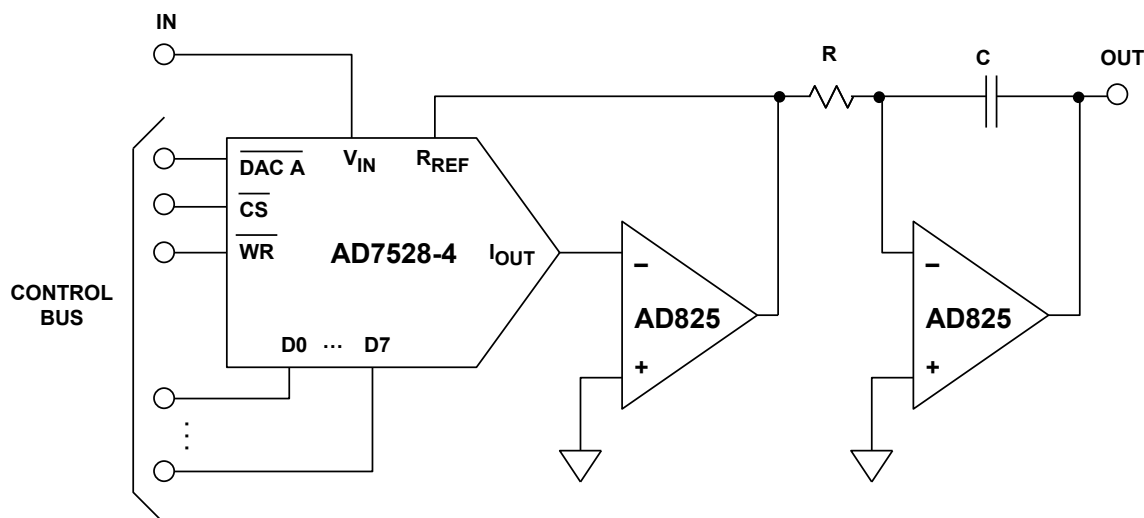


図 8.116: 改善したデジタル可変積分器

補足すると、この乗算 DAC はアナログ乗算器で置き換えることができます。この場合、制御は当然ながらデジタル信号ではなくアナログ信号で行われます。また、MDAC の代わりにデジタル・ポテンショメータを使うことも容易です。この違いは、MDAC が実効抵抗を増加させるのに対して、ポテンショメータではその値を最大にすることです。

60 Hz ノッチ・フィルタ

計測器における一般的な問題として、遠隔測定への干渉があります。この干渉の主な要因の 1 つは電力線にあります。これは高インピーダンス回路で特に顕著です。このノイズのもう 1 つの経路はグラウンド・ループです。1 つの実現可能な解決手段として、ノッチ・フィルタを使って 60 Hz 成分を取り除きます。これは単一周波数による干渉なので、ツイン T 回路を使用します。

最大の減衰量と最小のノッチ幅が求められるので、回路の Q を最大にする必要があります。つまり、最大量の正帰還をかけることになります (R5 を開放、R4 を短絡)。帰還回路網のインピーダンスが大きいため、FET 入力オペアンプを用います。

図 8.78 を使ってフィルタを設計します。フィルタの回路図を図 8.117 に、その応答を図 8.118 に示します。

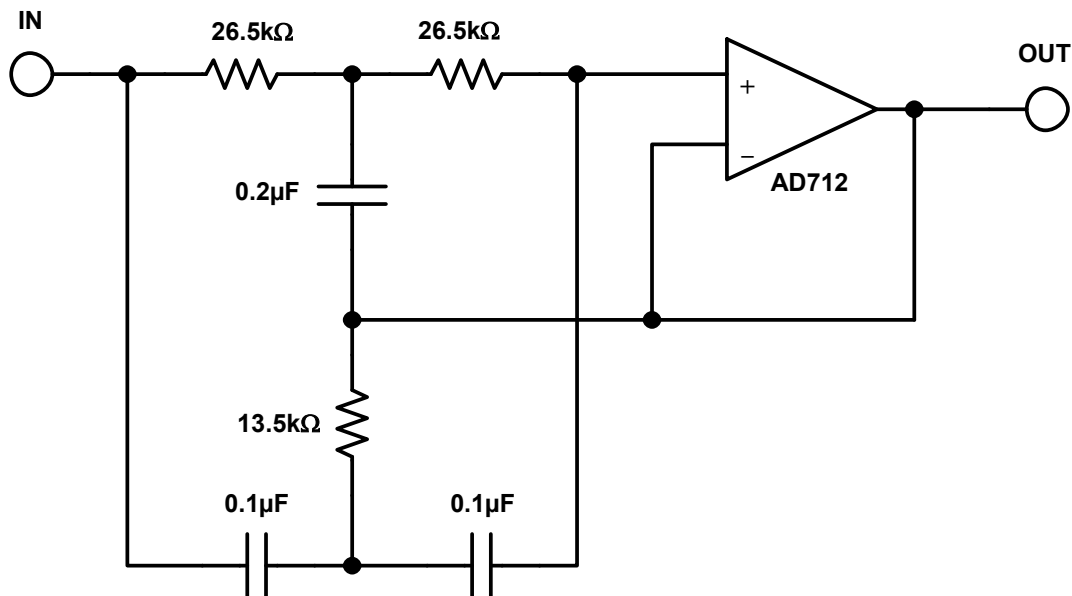


図 8.117: 60 Hz ツイン T ノッチ・フィルタ

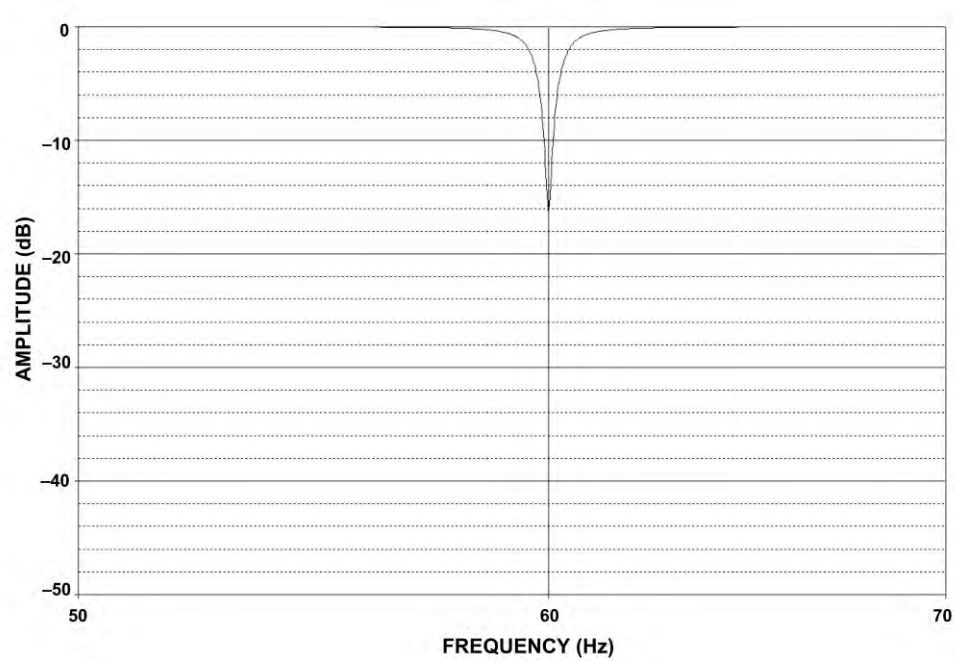


図 8.118: 60 Hz ノッチ・フィルタの応答

参考資料

1. A. I. Zverev, **Handbook of Filter Synthesis**, John Wiley, 1967.
2. A. B. Williams, **Electronic Filter Design Handbook**, McGraw-Hill, 1981, ISBN: 0-07-070430-9.
3. M. E. Van Valkenburg, **Analog Filter Design**, Holt, Rinehart & Winston, 1982
4. M. E. Van Valkenburg, **Introduction to Modern Network Synthesis**, John Wiley and Sons, 1960.
5. A. I. Zverev and H. J. Blinichikoff, **Filtering in the Time and Frequency Domain**, John Wiley and Sons, 1976.
6. S. Franco, **Design with Operational Amplifiers and Analog Integrated Circuits**, McGraw-Hill 1988, ISBN: 0-07-021799-8.
7. W. Cauer, **Synthesis of Linear Communications Networks**, McGraw-Hill, New York, 1958.
8. Aram Budak, **Passive and Active Network Analysis and Synthesis**, Houghton Mifflin Company, Boston, 1974.
9. L. P. Huelsman and P. E. Allen, **Introduction to the Theory and Design of Active Filters**, McGraw Hill, 1980, ISBN: 0-07-030854-3.
10. R. W. Daniels, **Approximation Methods for Electronic Filter Design**, McGraw-Hill, New York, 1974.
11. J. Tow, "Active RC Filters – a State-space Realization", **Proc. IEEE**, 1968, vol. 56, pp. 1137-1139.
12. L.C. Thomas, "The Biquad: Part I – Some Practical Design Considerations", **IEEE Trans. Circuits and Systems**, Vol. CAS-18, 1971, pp. 350-357.
13. L.C. Thomas, "The Biquad: Part I – A Multipurpose Active Filtering System," **IEEE Trans. Circuits and Systems**, Vol. CAS-18, 1971, pp. 358-361.
14. R. P. Sallen and E. L. Key, "A Practical Method of Designing RC Active Filters," **IRE Trans. Circuit Theory**, Vol. CT-2, 1955, pp. 74-85.
15. P. R. Geffe, "How to Build High-Quality Filters out of Low-Quality Parts," **Electronics**, Nov. 1976, pp. 111-113.
16. P. R. Geffe, "Designers Guide to Active Bandpass Filters," **EDN**, Apr. 5 1974, pp. 46-52.
17. T. Delyiannis, "High-Q Factor Circuit with Reduced Sensitivity," **Electronics Letters**, 4, Dec. 1968, p. 577.
18. J. J. Friend, "A Single Operational-Amplifier Biquadratic Filter Section," **1970 IEEE ISCT Digest Technical Papers**, 1970 p. 189.
19. L. Storch, "Synthesis of Constant-Time-Delay Ladder Networks Using Bessel Polynomials," **Proceedings of IRE**, Vol. 42, 1954, pp. 1666-1675.
20. K. W. Henderson and W. H. Kautz, "Transient Response of Conventional Filters," **IRE Trans. Circuit Theory**, Vol. CT-5, 1958, pp. 333-347.

21. J. R. Bainter, "Active Filter Has Stable Notch and Response Can be Regulated," **Electronics**, Oct. 2 1975, pp.115-117.
22. S. A. Boctor, "Single Amplifier Functionally Tunable Low-Pass Notch Filter," **IEEE Trans. Circuits and Systems**, Vol. CAS-22, 1975, pp. 875-881.
23. S. A. Boctor, "A Novel second-order canonical RC-Active Realization of High-Pass-Notch Filter," **Proc. 1974 IEEE Int. Symp. Circuits and Systems**, pp. 640-644.
24. L. T. Burton, "Network Transfer Function Using the Concept of Frequency Dependant Negative Resistance," **IEEE Trans. Circuit Theory**, Vol. CT-16, 1969, pp. 406-408.
25. L. T. Burton and D. Trefleaven, "Active Filter Design Using General Impedance Converters," **EDN**, Feb. 1973, pp.68-75.
26. H. Zumbahlen, "A New Outboard DAC, Part 2," **Audio Electronics**, Jan. 1997, pp. 26-32, 42.
27. M. Williamsen, "Notch-Filter Design," **Audio Electronics**, Jan. 2000, pp. 10-17.
28. W. Jung, "Bootstrapped IC Substrate Lowers Distortion in JFET Op Amps," Analog Devices AN232.
29. H. Zumbahlen, "Passive and Active Filtering," Analog Devices AN281.
30. P. Toomey & W. Hunt, "AD7528 Dual 8-Bit CMOS DAC," Analog Devices AN318.
31. W. Slattery, "8th Order Programmable Lowpass Analog Filter Using 12-Bit DACs," Analog Devices AN209.
32. **CMOS DAC Application Guide**, Analog Devices.