

謎の電流帰還 OP アンプ (第 3 回)
触ると火傷する RIGHT HALF PLANE ZERO に触れてみる

著者: 石井 聡

はじめに

前々回の技術ノート TNJ-056 からスタートした電流帰還 OP アンプ・シリーズ。前回の技術ノート TNJ-057 では電流帰還 OP アンプ AD811 を用いたシミュレーションを行い、帰還抵抗により周波数特性にピーキングが出たり、周波数特性が低下したりすることを見てきました。これにより電流帰還 OP アンプでは最適な帰還抵抗値が存在するということが分かりました。

しかしそのピーキングのようすは、簡易モデルを使っただけのシミュレーションでは得られるものではありませんでした。まだモデル化が不足していたわけです。

そこで今回の技術ノートでは、AD811 の特性をシミュレーションしながら簡易モデルを少し変更し（高度化し）、簡易モデルを用いてもピーキングが生じるようにしてみます。

その中では「触ったら火傷をする」ともいえる（?）、右半面ゼロ（Right Half Plane Zero; RHPZ）なんというものを持ち出して簡易モデルを改良してみます。RHPZ は個人的にはまだ探究中なのですが…（納得できるまでまとまったら、別の技術ノートで紹介したいと思います）。ともあれ、お楽しみくださいませ（笑）。

どうでもいい話ですが「ある朝に思い立った日帰りツアー」

この技術ノートは、検閲（笑）が入らないので、思うように執筆することができます。前回も特許文章のトリビア・ネタを記載させていただきました…。

すべての始まりは平昌冬季オリンピック

2018 年 2 月 25 日（日曜日）、オリンピックにさほど興味がなかった私は、その日の午後、何気なくテレビをオンしました。そこでやっていたのは OAR（Olympic Athlete from Russia）対ドイツのアイス・ホッケー男子決勝。その圧倒的なスピードと圧倒的な体力のぶつかり合いに、それこそ圧倒されました。ホンモノを見てみたいと思いプロ・ホッケー（Asia League Ice Hockey）[1]の Web ページを探してみると、そのシーズンはほぼ終了。「ああ残念」と、翌シーズンは行ってみたいと思ったのです。

2018 年 11 月 17 日（土曜日）朝

晩秋の朝、目が覚めると思いました。「そうだ、ホッケーだ…」。「オレ、ホッケー見に行きたい」隣に寝ていた妻に朝一で話しをしつつスマホを確認すると、なんともうシーズン後半です。主たる会場は北海道、青森だったのですが、「お！明日、11 月 18 日に日光で開催されるじゃないの！」と気が付きました。チケットは、それも本当に偶然に運よく、並びの指定席、最後の 2 席が取れました。「おお！では電車！」と、浅草 10:29 発（往路）きりふり 281 号、東武日光 17:23 発（復路）けごん 44 号の日帰り指定席も運よくゲット！

ここでも圧倒という言葉がふさわしい

試合は日光アイスバックス（ホーム）と王子イーグルス（苦小牧。母体は王子製紙）との対戦でした。座った席（運よくとれた最後の残 2 席）はアイスバックスの応援団のすぐ前。応援団の応援歌に引き込まれ、気が付くと私もアイスバックスを応援していました。まるでプロサッカー J リーグとプロバスケット B リーグを足して 1/2 したような会場と応援団の雰囲気です。

しかしゲームのスピードが半端ないです！バックがすごい勢いでパスされます。また他のスポーツならファウルとなるようなラフ・プレーの肉弾戦！リンク壁に「ズドン！」という音で体をぶつけていきます。まさしくここでも「圧倒」という言葉がふさわしいと思いました。自分もやってみたい…なんて思いませんでしたが（汗）、すっかり虜になってしまいました。

写真を 2 枚ご紹介しておきましょう。なんと…、今まで見たスポーツ観戦で一番よかったとも感じました。



凄いゲームのスピード…（写真では再現できない…）



アイスバックスに得点が入って応援団は大興奮

アナログ・デバイス株式会社は、提供する情報が正確で信頼できるものであることを期していますが、その情報の利用に関して、あるいは利用によって生じる第三者の特許その他の権利の侵害に関して一切の責任を負いません。また、アナログ・デバイス社の特許または特許の権利の使用を明示的または暗示的に許諾するものでもありません。仕様は、予告なく変更される場合があります。本紙記載の商標および登録商標は、それぞれの所有者の財産です。
 ©2019 Analog Devices, Inc. All rights reserved.

Rev. 0

アナログ・デバイス株式会社

 本 社 / 〒105-6891 東京都港区海岸 1-16-1 ニューピア花竹サウスタワービル
 電話 03 (5402) 8200
 大阪営業所 / 〒532-0003 大阪府大阪市淀川区宮原 3-5-36 新大阪トラストタワー
 電話 06 (6350) 6868

AD811 のセカンダリ・ポールを得てみる

AD811 のドミナント・ポールよりも高い周波数にある、「寄生的な要因によるセカンダリ・ポール」の周波数を LTspice のシミュレーションで得てみましょう。

一般的概念というか、常識的に理解できる OP アンプ内部回路のしくみとして、寄生的な遅れ要素による「セカンダリ・ポール」というものが生じることが多いです。ドミナント・ポールにより OP アンプの主たる特性が決定され、この周波数を超えると -6dB/Octave で振幅特性が変化していきますが（位相も 0° から -90° 遅れに変化していきます）、周波数がセカンダリ・ポールを超えると、振幅特性はさらに -6dB/Octave 増え、合計で -12dB/Octave で変化するようになります。位相も -90° から -180° 遅れに変化していきます。

この位相遅れによって電流帰還 OP アンプにおいて、① ループ・ゲインの位相遅れ特性が形成され、② 帰還抵抗の大きさを小さくしていったとき、ひとつ前の技術ノート TNJ-057 で見た、ループ・ゲインのクロスオーバー周波数が上昇することで、③ 位相余裕が低下し、④ 同 TNJ-057 の図 10 のようにゲインのピーキングが観測される…という推測ができます。

セカンダリ・ポールは正しく得られるのか

そこでループ・ゲインを得る方法を用いて、AD811 のセカンダリ・ポールの値を得てみましょう。図 1 はこのシミュレーション回路です。帰還抵抗 R_2 を TNJ-056 の図 9 の条件と同じ $1\text{k}\Omega$ と大きめにし、電圧注入法でも誤差要因の影響が出ないようにしてみました（この「誤差要因」については、ループ・ゲイン測定法を説明した、TNJ-054 [2] と TNJ-055 [3] をご覧ください）。電圧帰還 OP アンプであれば、見切り良く R_2 を 900Ω にするところでしょうか、別にそれほど拘らなくてもよいとは思いつつ、 $1\text{k}\Omega$ にしてみました（笑）。

図 2 に振幅特性のシミュレーション結果を、図 3 に位相特性を示します。図 2 の振幅特性を見てみると、 1GHz 近くの周波数まで、 -6dB/Octave (-20dB/Decade) で減衰しています。これは前回の技術ノート TNJ-057 の図 12、図 13 で示した、「RC 1 個のインピーダンス $T(s)$ のみしか存在しない、1 次遅れ系と同じではないか？」と予想させるものではないでしょうか。

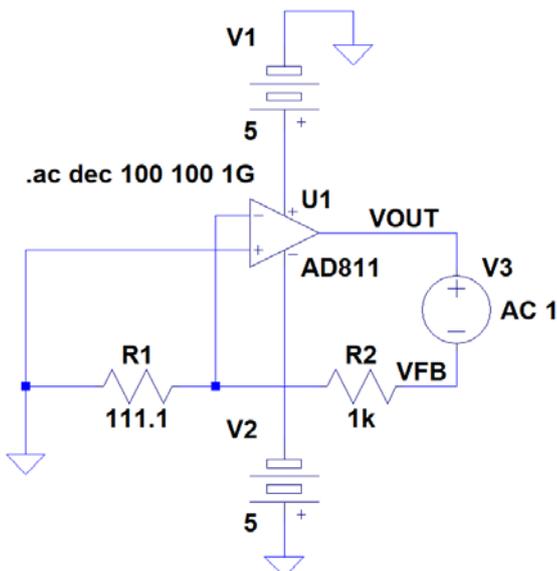


図 1. 電流帰還 OP アンプ AD811 のセカンダリ・ポールを得るためのループ・ゲイン測定シミュレーション回路 ($R_F = 1\text{k}\Omega$)

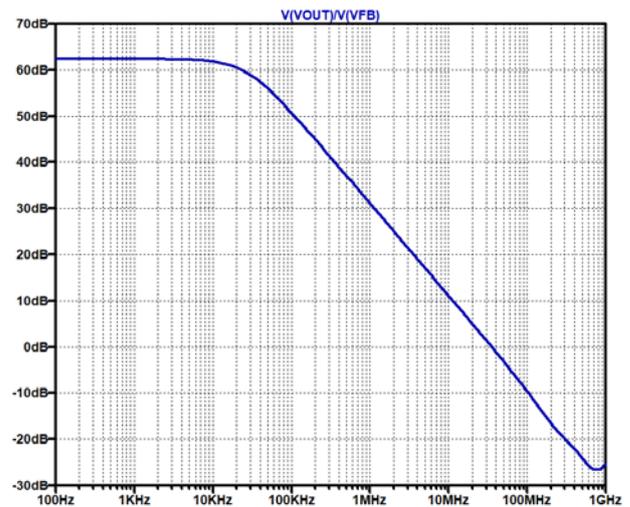


図 2. 図 1 のシミュレーション結果（振幅）。この結果からセカンダリ・ポールを得られるはずだったが…、振幅は -6dB/Octave のままだ

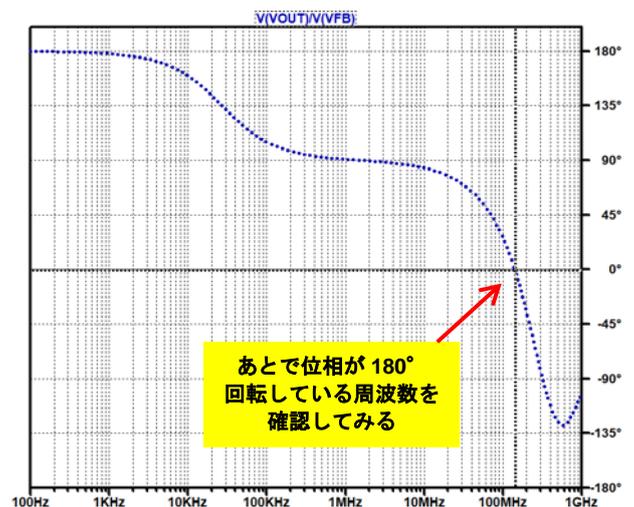


図 3. 図 1 のシミュレーション結果（位相）。この結果からすると位相は大きく遅れているぞ…

つまり AD811 では、セカンダリ・ポールは（この図 2 の振幅特性からは）「ない」と予想されます…。うーむ、それではなぜゲインのピーキングが観測されたのでしょうか。

位相だけが大きく遅れているぞ！

しかし図 3 の位相特性を見ていただくと、TNJ-057 の図 13 で確認できるような単純な -90° 位相遅れではなく、 10MHz あたりから、さらに位相が遅れてくるのが分かります。

図 3 を最初に見たと仮定すると、この位相特性から感じることは、「数 10MHz あたりにセカンダリ・ポールを持つ系ではないか？」ということです。しかし再度、図 2 に戻ってみると、振幅特性は -6dB/Octave (-20dB/Decade) で減衰しています。

これは一体どういうことでしょうか。

また図 3 の 10MHz から上あたりの位相遅れは、ドミナント・ポールによる位相遅れより急しゅんであることに気がつきます。その位相遅れも -90° から -180° に変化するのではなく、さらに 90° 遅れて -270° （もしくはそれ以上）になっていることが分かります。これはそれこそ、どういうことでしょうか。

これは Right Half Plane Zero があると考えられる

ラプラス変換を使った回路解析、とくにここでは伝達関数を考えるうえで、さきのドミナント・ポール、もっと簡単にいえば「-3dBの周波数」というのは、ポール（極）というもので形成されます。

系の伝達関数の周波数特性を、ラプラス演算子sをもちいて

$$H(s) = \frac{1}{s + k_p} \tag{1}$$

と表せたとき、この分母がゼロとなる [H(s)が無大となる] ときのsをs_pとすると

$$s = s_p = -k_p \tag{2}$$

となります。これが「ポール（極）」で、RC 1次ローパス・フィルタではポールは

$$s_p = -\frac{1}{RC} \tag{3}$$

となります。この単位は角周波数[rad/sec]なので、周波数[Hz]を得るためには、この大きさを2πで割ります。

これは1次の位相遅れ要素になります。

ゼロは分子の項で、かつプラスになるものが RHPZ

一方で系の伝達関数に

$$H(s) = s - k_z \tag{4}$$

という項があったとすると、これはsが大きくなるにしたがい、その大きさ [ベクトルのノルムである |H(s)|] が大きくなり、位相は遅れていくことになります。

式(4)がゼロになる角周波数をゼロ（零）と呼びます。この式(4)がゼロとなるsは

$$s_z = +k_z \tag{5}$$

となり「プラス」の大きさになります。これはラプラス平面では（難しいことは理解いただかなくても、この技術ノートでは「ふーん」で構いませんが）、中心から右側（Right）の半平面（Half Plane）にあるゼロ（Zero）として、Right Half Plane Zero (RHPZ) と呼びます。

ここでたとえば、伝達関数が

$$H(s) = \frac{s - k_z}{s + k_p} \tag{6}$$

で、|k_p| = |k_z|であったならば、H(s)はsに関わりなく、その大きさは |H(s)| = 1 となります。分母により得られる位相は、sに応じて 0 から -90° に遅れていくものとなり、分子により得られる位相も、sに応じて +180° から +90° に遅れていくという不思議な動きになります。

ポールと RHPZ が同じ周波数の Laplace モデルでシミュレーションしてみる

これをシミュレーションしてみましょう。図 4 は式(6)においてポールと RHPZ の周波数をともども 1Hz (2π rad/sec) として LTspice でシミュレーションしてみる回路です。Laplace Transform Function を

$$\text{laplace}((s-6.283)/(s+6.283))$$

と設定します。図 5 にシミュレーション結果を示します。振幅レベルは変化していませんね。

位相については、伝達関数の分母と分子それぞれから得られる位相を足し算したものが、伝達関数全体の位相量となります。s = 0では伝達関数の位相は+180°（分子から+180°位相が得られ、分母から 0°位相が得られるから）となり、s = +∞では

0°（分子から+90°位相が得られ、分母から-90°位相が得られるから）に変化しています。直流の周波数での位相+180°から 90°回転して、+90°位相になっているのが、確かにポールと RHPZ の周波数である、1Hz (2π rad/sec) となっています。この周波数ではポールと RHPZ それぞれの位相回転が 45°づつということなのです。

図 3 の AD811 の位相特性に式(6)の適用を画策することを考えてみると、必要な位相変化は、スタートである直流で 0°位相、周波数が上昇してくると -180°位相だと考えられます（進みのない、遅れ要素のみとして考えると）。これに適合させるためには、式(6)、実際は図 4 において Laplace Transform Function を反転させたかたちにして、

$$\text{laplace}(-1*(s-6.283)/(s+6.283))$$

とすれば、図 6 が得られることとなります。こうすると無事に 0°位相からスタートして、-180°位相に変化していくように構成できます。90°位相が遅れるところが 1Hz (2π rad/sec) です。この図は図 3 においてドミナント・ポールで形成されている 90°遅れ位相に、10MHzより上において足し算されるかたちで見えていた変化にかなり近いことが分かります。

また図 6 では振幅特性は変化していませんから、増幅系にこの成分があっても、ドミナント・ポールで得られる振幅特性に影響を与えないことが分かります。

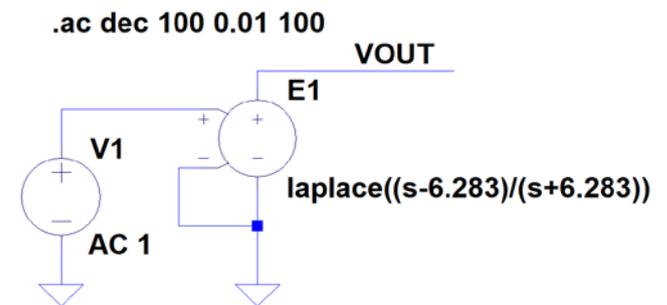


図 4. ポールと RHPZ が同じ周波数の Laplace モデルでシミュレーションしてみる回路（回路と言えるのか…）

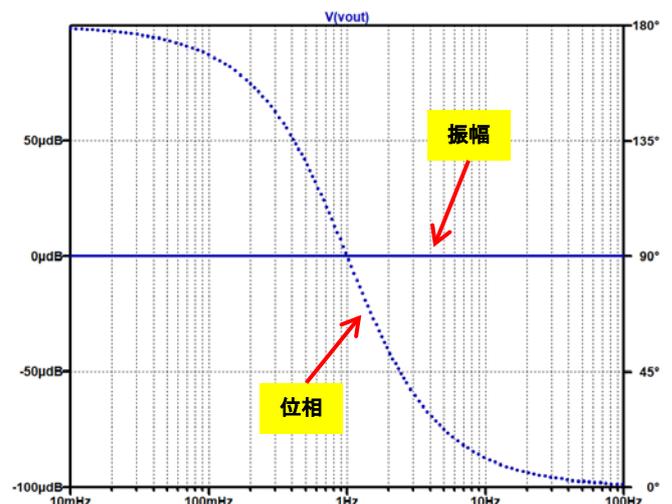


図 5. 図 4 のシミュレーション結果。振幅は変化しないが位相は+180°から 0°にかけて変化している

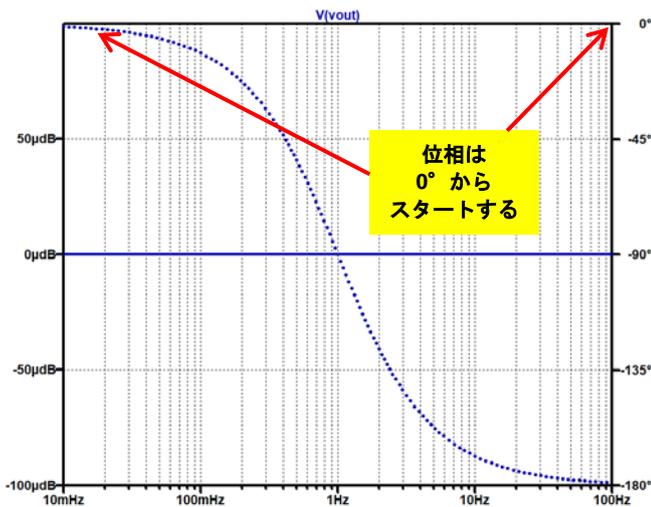


図 6. 図 4 の Laplace モデルを「-1 倍」すると 0° 位相からスタートする

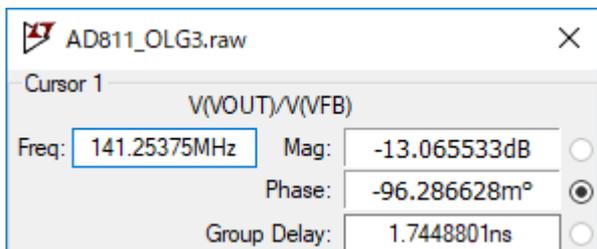


図 7. 図 3 の位相が 180° 回ったところの周波数をみってみる

セカンダリ・ポールと RHPZ の位相遅れが足し算されて位相が-90° 遅れる周波数

上記までの検討で、図 2 の AD811 の振幅周波数特性は 10MHz を超えても 6dB/Octave を維持する変動であり、一方で図 3 の位相の周波数特性は大きく変化していることが分かりました。そしてそれは AD811 のセカンダリ・ポールと RHPZ の周波数が等しくなっている状態として（そうなるように構成してあると考えたほうがいいですが）、式(6)を当てはめられそうだと分かりました。

ということで、図 3 のドミナント・ポールで位相が-90° に漸近している状態から、さらに 90° 位相が遅れた（全体で-180° になる）周波数が、「セカンダリ・ポールと RHPZ が等しくなっている周波数」となります。

この「90° 位相が遅れた」というのは、（繰り返しますが）その周波数において、セカンダリ・ポールで 45° の遅れ、RHPZ で 45° の遅れ、この足し算で計 90° 遅れとなるものです。

この周波数は、AD811 のオープン・ループ・ゲインの位相が 180° 遅れる周波数（180° からスタートなので 0° のところ）に相当するわけですが、ここを図 3 上でマーカーを使って測定してみました。その結果が図 7 ですが、141MHz になっています。

あらためて図 2 に戻ってみると、この 141MHz 付近で振幅特性は（若干うねってはいるものの）とくに大きく変化せずに -6dB/Octave を維持しています。これらのことから AD811 のセカンダリ・ポールと RHPZ の周波数が 141MHz でほぼ同じであり、振幅特性への影響は式(6)のセカンダリ・ポールと RHPZ が打ち消しあったかたち（つまり影響を与えない）、また位相特性への影響は図 6 が足しあわされたかたちになると想定できます。

簡易モデルを改良して AD811 に合わせこんでみる

先の TNJ-057 で作った簡易モデルに対して、ここまで得られたところのセカンダリ・ポールと RHPZ を加えてみましょう。

加える回路は図 4 の Laplace Transform Function を 141MHz に周波数変更したものです。このループ・ゲインをシミュレーションする回路を図 8 に示します。E1 に直接この設定をしてもよいでしょうが、視認性を意識してわざと別置の E3 として

$$\text{laplace}(-1*(s-886E6)/(s+886E6))$$

と設定してみました。141MHz を角周波数として 886Mrad/sec で設定してあります。

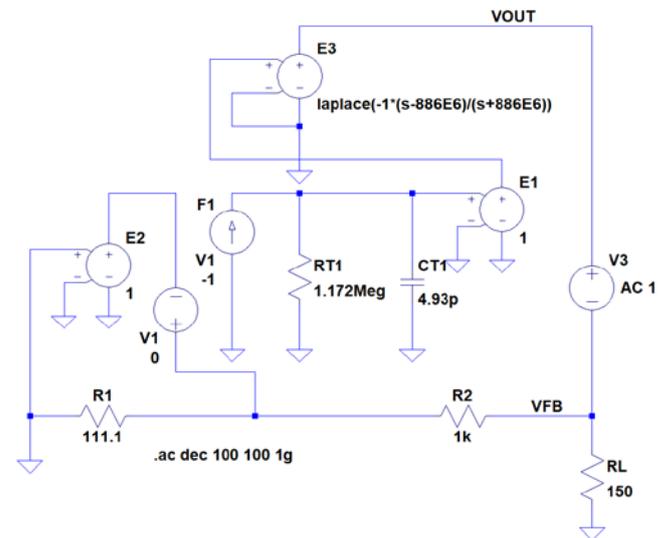


図 8. AD811 に合わせこむようにセカンダリ・ポールと RHPZ を加えて改良した簡易モデルによるループ・ゲイン測定シミュレーション回路 (R_F = R₂ = 1kΩ)

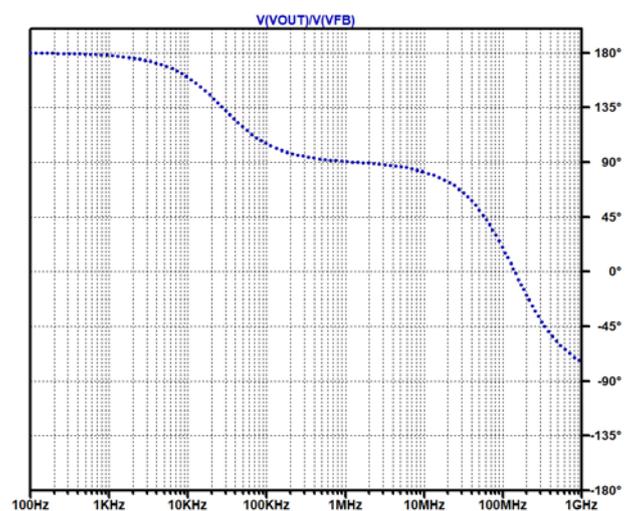


図 9. 図 8 のループ・ゲイン位相特性。図 3 とだいぶ近い

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-058

AD811 に近い特性が得られた

これにより得られたシミュレーション結果を図 9 に示します。低い周波数では 180° 位相となっており、20kHz 付近のドミナント・ポールで $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ 程度になっています。つづいてセカンダリ・ポールと RHPZ により更に位相が遅れてきて、セカンダリ・ポールと RHPZ をイコールとして設定した周波数 141MHz において $180^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$ 程度になっていることが分かります。

そしてこの図 9 の結果は AD811 のループ・ゲインの位相特性のシミュレーション結果 (図 3) とかなり近いことも分かります。

またいちおうループ・ゲインの振幅特性のシミュレーション結果も図 10 に示します。これも AD811 のループ・ゲイン振幅特性シミュレーション結果 (図 2) とかなり近くなっています。図 5 などで示してきたように、セカンダリ・ポールと RHPZ の周波数を同一として設定していることから、高域での振幅周波数特性は $-6\text{dB}/\text{Octave}$ を維持したままになっています。

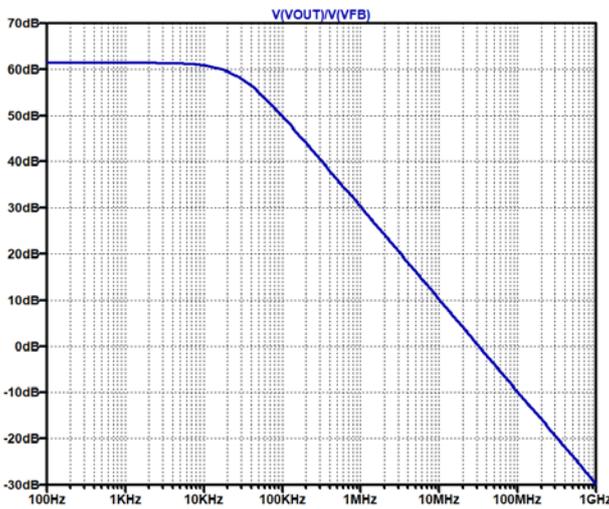


図 10. 図 8 のループ・ゲイン振幅特性。図 2 とだいぶ近い

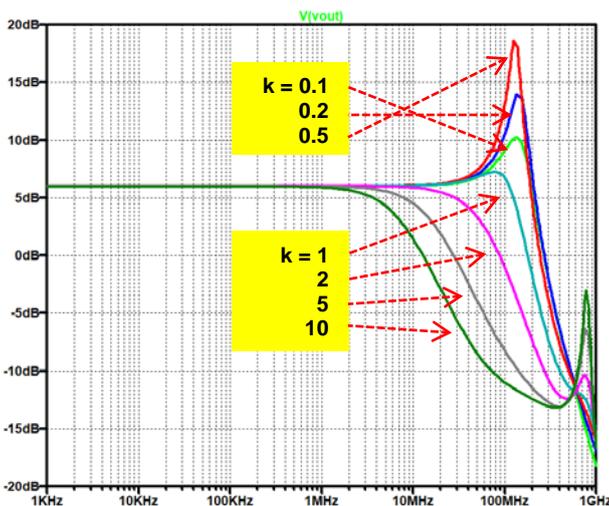


図 11. TNJ-057 の図 9 再掲。AD811 を $G=+2$ で帰還抵抗値を変えたときの周波数特性のシミュレーション結果。以降の図 13 とかなり近い

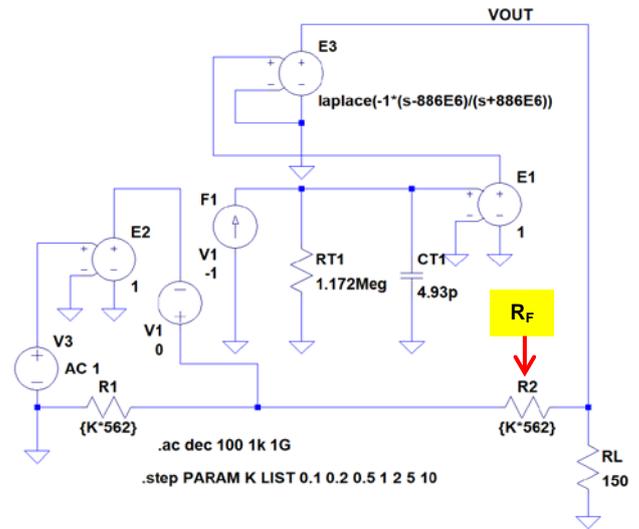


図 12. AD811 に合わせこむように改良した簡易モデルによる信号増幅率周波数特性シミュレーション回路 (R_F を係数 k で変化)

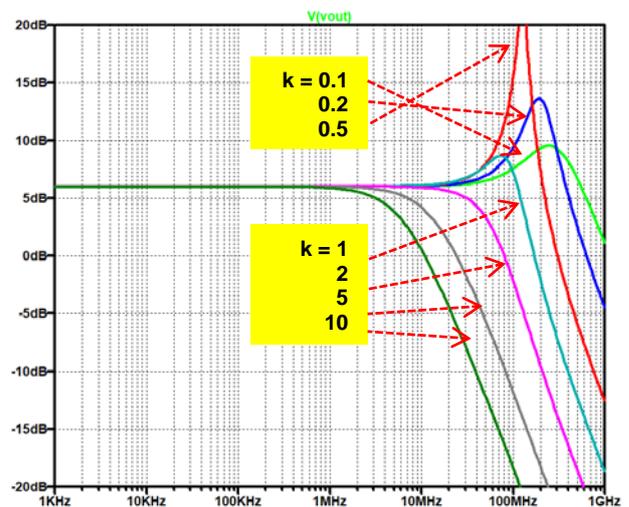


図 13. 図 12 のシミュレーション結果

改良した簡易モデルで周波数特性のピーキングのようすをシミュレーションしてみる

それではこの改良した簡易モデルを用いて、前回の TNJ-057 で示した、AD811 を $G=+2$ として帰還抵抗値を変えたとき、周波数特性にピーキングが出るようすを再現してみましょう。TNJ-057 での AD811 での特性図 (TNJ-057 での図 9) を図 11 として再掲します。

つづいてここまで AD811 に合わせこむように改良してきた、簡易モデルを用いた信号増幅率周波数特性のシミュレーション回路を図 12 に示します。帰還抵抗 R_F を係数 k で変化させるのは、TNJ-057 で AD811 の回路に対して行ったシミュレーション (つまり今回の図 11) と同じ設定です。

シミュレーション結果を図 13 に示します。図 11 では 1GHz 付近で別のピークが観測できますが、ここは無視したとして、図 13 の改良版簡易モデルのシミュレーション結果と、図 11 の AD811 のシミュレーション結果とはかなり近いことが分かります。「セカンダリ・ポールと RHPZ を付帯させただけ」ともいえる簡

アナログ電子回路技術ノート

TNJ-058

易モデルですが、電流帰還 OP アンプの動作をかなりのところまでモデル化できました。

まとめ

「触ったら火傷をする」ともいえる RHPZ を用いることで、OP アンプ本来のオープン・ループ・ゲインの周波数特性を模倣できることが分かりました。

RHPZ は電流帰還 OP アンプの解析における本質論ではないわけですが、ゲイン・ピーキングを考慮するうえで導入が必要なものなのでした。電圧帰還 OP アンプにおいても同様な周波数特性（振幅・位相）を見ることがあります。セカンダリ・ポールと RHPZ は、高速 OP アンプ全般で現れるものと考えていた方がよさそうです。

セカンダリ・ポールと RHPZ とで簡易モデルを構成して、シミュレーションで確認してみることで、AD811 の特性に近い結果が出ることも分かりました。AD811 のモデルと改良版簡易モデルそれぞれの高域での周波数特性も、振幅は -6dB/Octave の変化を維持しており、位相は（高域で） 180° 大きく回っていることをシミュレーション結果から確認できました。

RHPZ が存在せずセカンダリ・ポールだけがあるなら、高域で振幅は -12dB/Octave で変化し、位相は高域で 90° の遅れだけしか付加されないはずですが。セカンダリ・ポールだけでは AD811 の高域特性を表現できていないこともお分かりいただけたかと思えます。

RHPZ は個人的にはまだ探究中なので、納得できるところまでまとまったら、別の技術ノートで是非ご紹介したいと思えます。

日光アイスバックスのオーナーは？

これも 2018 年 11 月 17 日に分かったことです。その日のホッケー観戦で（笑）。さて、最初にご紹介したプロ・ホッケー・チーム日光アイスバックス。オーナーはいったい誰でしょうか？

驚きましたよ…。

そしてその方が日光アイスバックスのオーナーを引き受けたころの経緯を、アリーナのベンチに座りながらスマホを使ってネットで関連記事を読んでみると…。

そのオーナーの男意気に深く感服したものでした。

参考文献

- [1] アジアリーグアイスホッケー HP, <http://www.alhockey.jp/>
- [2] 石井 聡; 本格的な MIDDLEBROOK 法によるループ・ゲインの測定（前編）, 回路設計 Web ラボ技術ノート, TNJ-054, Analog Devices
- [3] 石井 聡; 本格的な MIDDLEBROOK 法によるループ・ゲインの測定（後編）, 回路設計 Web ラボ技術ノート, TNJ-055, Analog Devices
- [4] AD811 Datasheet, Analog Devices