

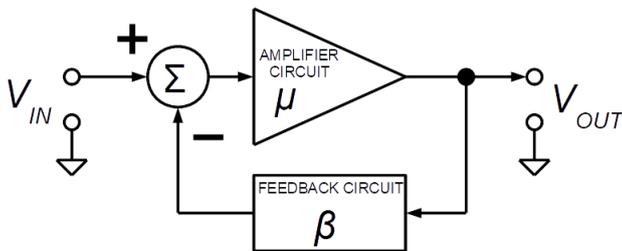
**本格的な MIDDLEBROOK 法によるループ・ゲインの測定（前編）**
**ループ・ゲインの基本的測定方法とその限界**

著者：石井 聡

**はじめに**

今回と次回の技術ノートでは、これまでこの回路設計 Web ラボでも何回かご紹介してきた、帰還増幅回路（単に増幅回路というほうがいいかもしれませんが）のループ・ゲインを測定する方法である「Middlebrook 法 [1]」について、その本格的な活用方法を説明したいと思います。

なお上記で「帰還増幅回路」として示したのは、「増幅部分である OP アンプ（など）自体と帰還部分」で実際の増幅回路が実現されていることから、帰還の重要性を示したいがために、そのような表現を用いたのです。


 図 1. 帰還増幅回路のブロック図。Black は増幅部を  $\mu$  と示した

**帰還増幅回路の発明は**

「帰還増幅回路、フィードバック回路を発明したのは誰なのか」と、とある日の朝、私は通勤途上の電車の中で思いました。どういったキーワードで検索したか記憶にありませんが、[2]の資料を Google の検索結果として見つけることができました。Harold S. Black という、当時 Bell 研に勤務していた人なのですね。もっと著名な人かと（失礼！）考えていましたが、この方なのですね。Harold S. Black を知らなかった私のほうが「もぐり」かもしれません（笑）。Harold S. Black は帰還増幅回路を図 1 のように表しました。これは現代でもよく見る帰還増幅回路のブロック図と同じですが、増幅部分は  $A$  ではなく  $\mu$  を用いています。[2]は氏が帰還増幅回路の概念を発明した時代の回顧録ともいえる資料です。その重要な部分を抜粋してみましよう（[2]より引用）。

**Inspiration on the Lackawanna Ferry**

*Then came the morning of Tuesday, August 2, 1927, when the concept of the negative feedback amplifier came to me in a flash while I was crossing the Hudson River on the Lackawanna Ferry, on my way to work. For more than 50 years I have pondered how and why the idea came, and I can't say any more today than I could that morning.*

この一文を翻訳してみます。

**ラッカワナ・フェリー乗船中の閃き**

それは 1927 年 8 月 2 日火曜日の朝だった。私は通勤のためラッカワナ・フェリーでハドソン川を渡っていた。そこで負帰還増幅器のアイデアが急に閃いた。それから 50 年以上のあいだ、そのアイデアがどのように、そしてなぜ、そのとき閃いたかに想いを巡らせてきた。しかし現時点においても「あの朝に気がついたんだよ」ということより多くを、それ以上の何さえ、語るができない。

**江崎博士を間近にして**

なるほど…。そういえば私は、30 代後半のときに江崎玲於奈博士の講演を聞く機会がありました。その講演の前に、何かの記事で江崎博士が「トンネル・ダイオード（トンネル効果）のコンセプトを閃いたのは、通勤中にホームに電車が滑り込んできたとき」という話を何かで読んだ記憶がありました。たぶん、10 代後半か 20 代前半だったかと思います。なおそのトピックは現時点でネットで検索しても出てきませんし、発見のトピックとしては別のストーリーで紹介されているところもありました。そのためその話しの真偽は不明ですが…。

ともあれ、江崎博士の講演は、「巨人の方の上に乗る、遠くを眺める」という話し（次の TNJ-055 にその話題を説明します）と、「知識を富に変換する」という含蓄のある言葉、そして「セレンディピティ (serendipity)」という話題だったことを、この歳になった（「この歳」って…。歳とったというやら、まだ若いのやら。最近のテレビ・ネタでは「名前のわきに『5 さい』と書いて」というのがはやりですね [3]）今でも鮮明に覚えています。

自然科学における「セレンディピティ」とは、偶然に、神が降臨して授けていただけたように、ふっと気が付くという意味になります。しかし江崎博士の講演における「セレンディピティ」の話は、怠惰にしている気が付くものではなく、四六時中そのこと（研究）を考え、考え、考え尽くし、その結果として、その努力が報われるように、まるで神が降臨したように、「ふっと気が付く」というお話だったのでした。

これは「大きなことを成し遂げるには、長く、たゆまぬ努力が必要」ということの裏返しととるべきでしょう。

**Harold S. Black の閃きもセレンディピティと言えるだろう**

その Harold S. Black の回顧録 [2]は続きます。

*All I know is that after several years of hard work on the problem, I suddenly realized that if I fed the amplifier output back to the input, in reverse phase, and kept the device from oscillating (singing, as we called it then), I would have exactly what I wanted: a means of cancelling out the distortion in the output.*

ここも訳してみましよう。

アナログ・デバイス株式会社は、提供する情報が正確で信頼できるものであることを期していますが、その情報の利用に関して、あるいは利用によって生じる第三者の特許やその他の権利の侵害に関して一切の責任を負いません。また、アナログ・デバイス社の特許または特許の権利の使用を明示的または暗示的に許諾するものでもありません。仕様は、予告なく変更される場合があります。本紙記載の商標および登録商標は、それぞれの所有者の財産です。  
©2019 Analog Devices, Inc. All rights reserved.

Rev. 0

# アナログ電子回路技術ノート

# TNJ-054

ただひとつ言えることは、私は、とある問題に数年間かけて真摯に向き合ってきたのち、まさしく突然、そのアイデアが閃いたということだ。増幅器の出力を入力に逆位相で帰還したとしたら、それも回路が発振しないように帰還できたとしたら、その問題に対する私が求めていた答え「そのものずばり」を得られるのではないかと気がついたのだ。その問題とは、出力の歪みをキャンセルする方法だったのだ。

なるほど…、まさしくこれは、江崎博士のお話しされていたセレンディピティそのものです。「大きなことを成し遂げるには、長く、たゆまぬ努力が必要」…。時代を超えて染み入ります。

## Harold S. Black の論文はいまでも閲覧できる

つづいて、この記事を書くために、もう少し調べてみました。Wikipedia [4]には Harold S. Black の発表した 1934 年の論文「Stabilized feed-back amplifiers [5]」が References に掲載されています。この論文はネットでそのままサーチしても候補としてあがってきませんが、IEEE Xplore [6] (IEEE の論文データベース) から得ることができます (ただし会員であるか有料での DL となります)。なお、閃きから論文発表まで時間があるようですが、論文発表の前となる閃きの翌年 (1927 年 8 月) に、特許出願を行っています [7]。特許登録自体はだいぶ時間を経て、1937 年となっています (U.S. Patent 2 102 671)。

## ループ・ゲインを測定するには

ループ・ゲインとは、図 2 のように帰還増幅系を増幅部分と帰還部分に分けて、この一巡でどれだけゲインがあるかを定義するものです。

Harold S. Black はその論文 [5] で増幅部分を  $\mu$  とし、帰還部分を  $\beta$  と表しました。近代では増幅部分  $\mu$  は  $A$  を使うことがほとんどで、この技術ノートでも OP アンプのオープン・ループ・ゲイン (OP アンプ単体の増幅率) が周波数特性  $f$  を持っていることを意図して、 $A(f)$  と表現することにします。これからループ・ゲインは

$$G_{Loop} = A(f) \cdot \beta \quad (1)$$

このループ・ゲインを得て、それから位相余裕を求めることで、帰還増幅系の安定度を確認することができます。これはこの Web ラボでも、たとえば [8-10] に詳しく説明されています。

実測や SPICE シミュレーションでループ・ゲインを得るには、図 3 のような方法が数学的には考えられますが、現実の電子回路でこの方法を用いると、OP アンプの入力オフセット電圧などの誤差がオープン・ループ・ゲイン  $A(f)$  @  $f = 0$  で大きく増幅されますので、出力が振り切ってしまう、回路がまともに動きません (正しい答えが得られません)。

そこで図 4 の方法が考えられました。この方法は帰還ループを切ることなくループ・ゲインを得ることができます。この図は LTspice でのシミュレーション回路ですが、シミュレーション実行後にループ・ゲインを表示させるには、Add Traces で Expression(s) to add のダイアログ・ボックスに

$$V(VOUT)/V(VFB)$$

と書き込んで OK を押すことで、ループ・ゲイン (ゲイン自体と位相) を図 5 のように得ることができます。

なお、図 4 の回路は増幅度が 10 倍、また以降で負荷容量を接続してシミュレーションを行うために、進み位相補償として C2 47pF が接続されています。

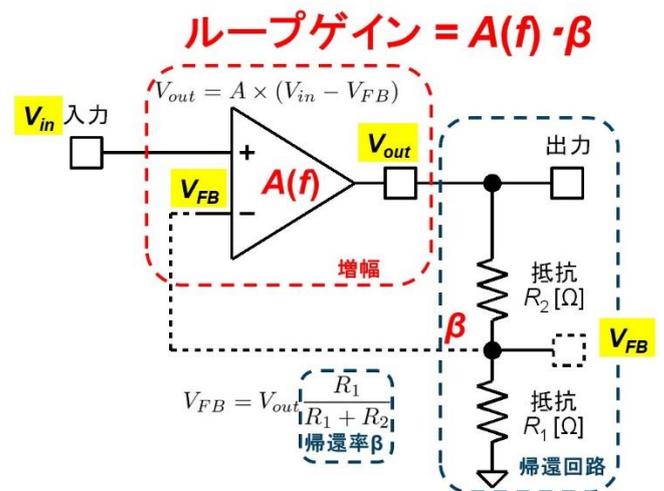


図 2. ループ・ゲインとは、帰還増幅系を増幅部分と帰還部分に分けて、この一巡でどれだけゲインがあるかを定義するもの

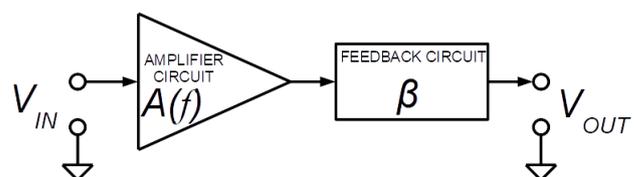


図 3. ループ・ゲインを得る数学的な考えかた (図 1 の  $\mu$  は  $A(f)$  に変えた)

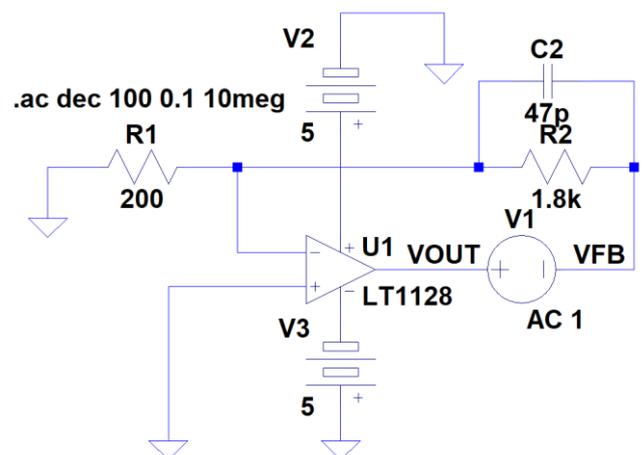


図 4. 帰還ループを切ることなくループ・ゲインを得る方法 (LTspice のシミュレーション回路)

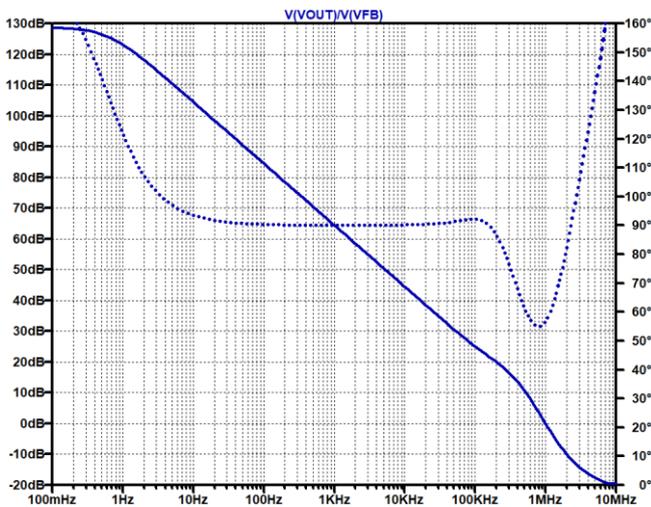


図 5. 図 4 の回路でループ・ゲインを得た結果

ここで使用した OP アンプ LT1128 は

ここで使用した OP アンプ LT1128 は LT1028 とらぶ（というか、基本的には同じもの）超ロー・ノイズの OP アンプです。このふたつの違いは内部補償容量の大きさであり、ノイズ特性はほぼ同一です。この OP アンプは以降に示すようなレール・ツー・レールの OP アンプではありません。

製品の概要をご紹介しますと、

LT1128 超低ノイズ・高精度・高速オペアンプ

<https://www.analog.com/jp/LT1128>

【概要】

LT1028（利得-1で安定）／LT1128（利得+1で安定）では、0.85nV/√Hz (1kHz)および 1.0nV/√Hz (10Hz)など新しいノイズ性能の規格が得られます。この超低ノイズとともに優れた高速仕様（利得・バンド幅積がLT1028では75MHz、LT1128では20MHz）、無歪み出力、および高精度パラメータ（0.1μV/°Cのドリフト、10μVのオフセット電圧、30,000,000の電圧利得）が得られます。LT1028／LT1128の入力段はほぼ 1mA のコレクタ電流動作によって低電圧ノイズを達成していますが、入力バイアス電流はわずか 25nA です。

なぜこの方法でループ・ゲインを測定できるの

たまにこのような質問があります。図 3 のような方法であれば、数学的表現から直観的に測定方法を理解できますが、図 4 の方法では「なぜこの方法でループ・ゲインを測定できるの？」というのもご尤（もっと）なお話です。

これはベクトルで考えると理解がしやすいことになります。図 6 をご覧ください。この図は図 4 をベースにしたものです。帰還信号を  $\vec{V}_{FB}$ 、出力を  $\vec{V}_{OUT}$  とすれば、それぞれベクトルとして、

$$\frac{\vec{V}_{OUT}}{\vec{V}_{FB}} = \vec{G}_{LOOP} = \vec{A}(f) \cdot \beta \quad (2)$$

としてループ・ゲインを得られるわけです。ここで  $\vec{V}_{FB}$  は反転入力端子に加わるものになりますので、入出力極性が反転していることがポイントです。

これを低い周波数におけるベクトル図として表してみると、図 7 のように逆方向のベクトル（入出力極性が反転しているから）として、それも  $\vec{V}_{OUT}$  が、その低い周波数における大きなループ・ゲイン倍として  $\vec{V}_{FB}$  を増幅したかたちで表すことができます。

入出力電圧の差分量が固定されていると考える

もしここで、この  $\vec{V}_{FB}$  と  $\vec{V}_{OUT}$  の差分量  $\vec{V}_{EXT}$  が規定（固定）されているとすれば、つまり

$$\vec{V}_{EXT} = \vec{V}_{OUT} - \vec{V}_{FB} \quad (3)$$

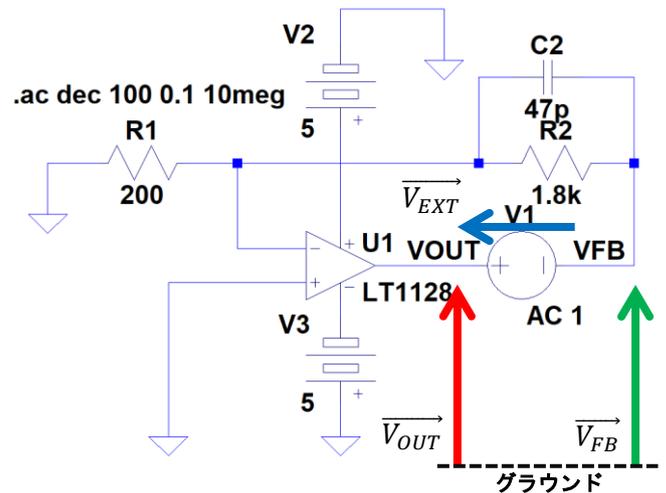


図 6. 図 4 の回路でループ・ゲインを得られることをベクトルで考える（入出力極性は反転しているので注意）

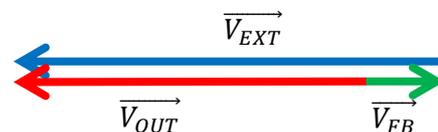


図 7. 図 6 の回路の入出力信号をベクトルで表す（低い周波数でのケース）

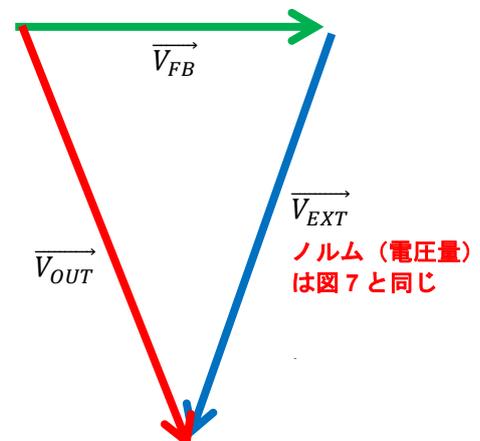


図 8. 図 6 の回路の入出力信号をベクトルで表す（周波数が上昇してループ・ゲインが 1 倍近くになったケース）

# アナログ電子回路技術ノート

# TNJ-054

とすれば、 $\overline{V_{FB}}$ と $\overline{V_{OUT}}$ の差分量が一定（ノルム、大きさとして $|\overline{V_{EXT}}|$ ）になるように、 $\overline{V_{FB}}$ と $\overline{V_{OUT}}$ の大きさが（ループ・ゲイン倍の比率を維持したままで）調整されて動作せざるをえなくなります。

この状態を、周波数が上昇して、ループ・ゲインが1倍（0dB）近くになったことを考えます。これを図8に示します。このとき $\overline{V_{FB}}$ と $\overline{V_{OUT}}$ は、ループ・ゲインが1倍近くであることから、ほぼ同じ長さ（ノルム）になります。

もしここでも、 $\overline{V_{FB}}$ と $\overline{V_{OUT}}$ の差分量 $\overline{V_{EXT}}$ が規定（固定）されているとすれば、つまり式(3)の状態だとすれば、ここでも $\overline{V_{FB}}$ と $\overline{V_{OUT}}$ の差分量が一定（ノルム、大きさとして $|\overline{V_{EXT}}|$ ）になるように、 $\overline{V_{FB}}$ と $\overline{V_{OUT}}$ の大きさが調整されて動作せざるをえなくなります。

この差分量 $\overline{V_{EXT}}$ を図4に示す帰還ループに挿入する電圧源だと考えてください。この差分量を維持するように、OPアンプ帰還増幅回路は見かけ上、 $\overline{V_{FB}}$ と $\overline{V_{OUT}}$ の大きさが調整されて動作していることになるわけです。図4はこのように動作していたわけです。

## どんな場合でもこれで適切なのか

実は図4のループ・ゲイン測定方法には限界が存在します。図4の測定方法は、Middlebrook法で「電圧注入法」と呼ばれるものです。この測定方法の仮定は、図9において、OPアンプ出力を見た出力インピーダンス $Z_{OUT}$ と、同じ点から帰還回路を見た入力インピーダンス $Z_{FB}$ とが、 $Z_{OUT} \ll Z_{FB}$ という関係であるということです。

帰還のある電源回路では、出力インピーダンス $Z_{OUT}$ は十分に低いので、電圧注入法で問題ありません。またOPアンプ帰還増幅回路でも、出力に抵抗値の大きめな帰還抵抗のみが接続されている場合はこの測定方法で問題ありません。

## LT1128に負荷容量をつけてみる

一般的にOPアンプの出力インピーダンスは低いものとして考えます。ましてや帰還が形成されていれば、そのループ・ゲイン+1倍で出力インピーダンスが低減します。

LT1128のデータシートにはELECTRICAL CHARACTERISTICSのところOpen-Loop Output Impedanceは $80\Omega$  typと記載されています。また図10も同じくLT1128のデータシートから抜粋したのですが、ループ・ゲインが低減する、高い周波数での出力インピーダンスの値からも、「裸の」出力インピーダンス $Z_{OUT}$ は $80\Omega$ 程度とみることが出来ます。高域でループ・ゲインが低下することで、「裸の」出力インピーダンスが見えることになるからです。

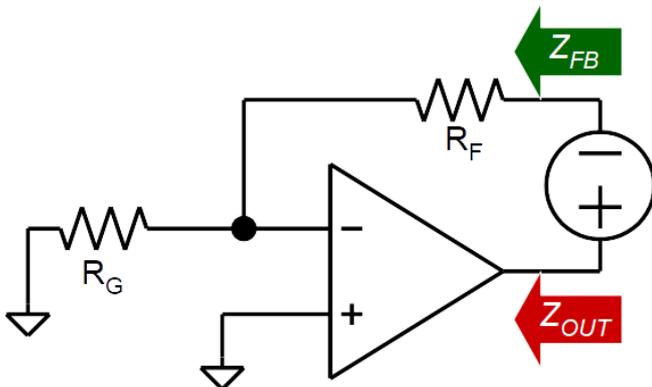


図9. 図4の電圧注入法で測定する際の仮定

図11のように、このOPアンプに負荷容量2200pFを接続して、ループ・ゲイン（位相余裕）を求めてみましょう。2200pFは、1MHzにおいてリアクタンスが $j72\Omega$ になります。これでは「裸の」出力インピーダンス $Z_{OUT}$ が $80\Omega$ 程度のLT1128に対して、到底「 $Z_{OUT} \ll Z_{FB}$ 」という関係になっていません。

それではこの条件で周波数特性をAC解析でシミュレーションしてみましょう。

シミュレーション結果を図12に示します。ループ・ゲインが1倍（0dB）になる周波数（740kHz）で位相余裕を見てみると、 $31^\circ$ になっています。位相余裕は十分ではありませんが、ある程度はあるように見受けられます。

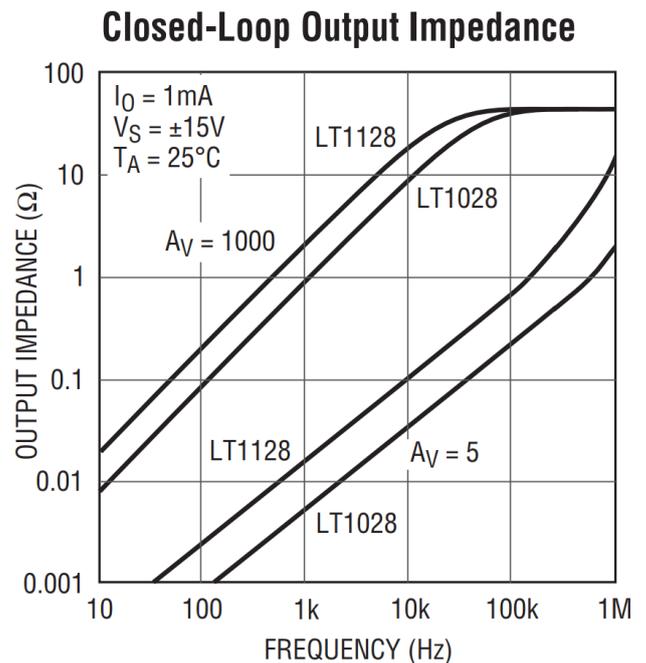


図10. LT1128の出力インピーダンスを考える（データシートから抜粋）

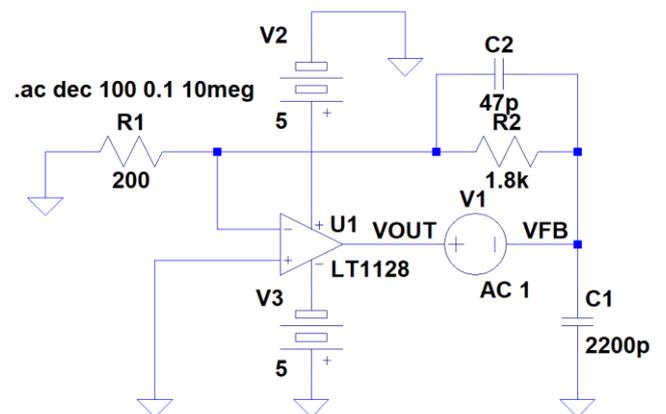


図11. LT1128の出力に2200pFを接続してループ・ゲイン（位相余裕）を求めてみるLTspiceのシミュレーション回路

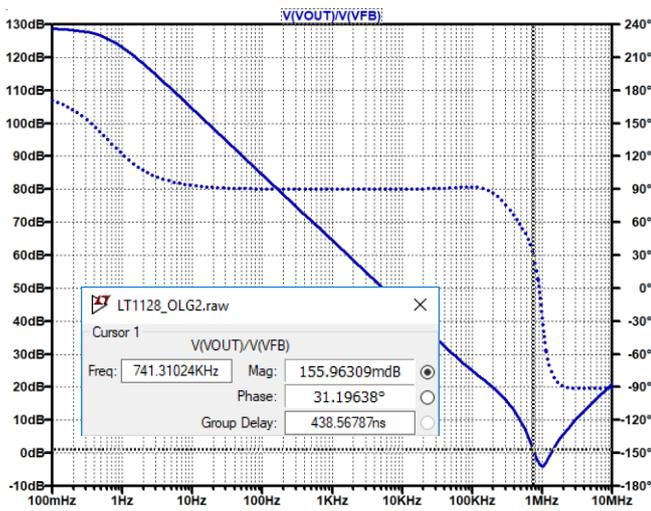


図 12. 図 11 のシミュレーション結果

この結果の検証をするために、回路の入出力特性を図 13 のように AC 解析でシミュレーションしてみます。シミュレーション結果を図 14 に示します。ゲイン・ピークが 11dB もあり、到底 31° も位相余裕があるようには見られません。OP アンプ回路を構成した経験のある方だと、「たしかに 2200pF という負荷容量はかなり大きいから回路が不安定になるはずだ（位相余裕が低下するはずだ）」と感じるのではないかと思います。図 14 のゲイン・ピークから想定すると、位相余裕は 15° 程度だと考えられます。

これではつじつまが合いません。実はこれは、電圧注入法では誤差が生じてしまうことを表しているのです。

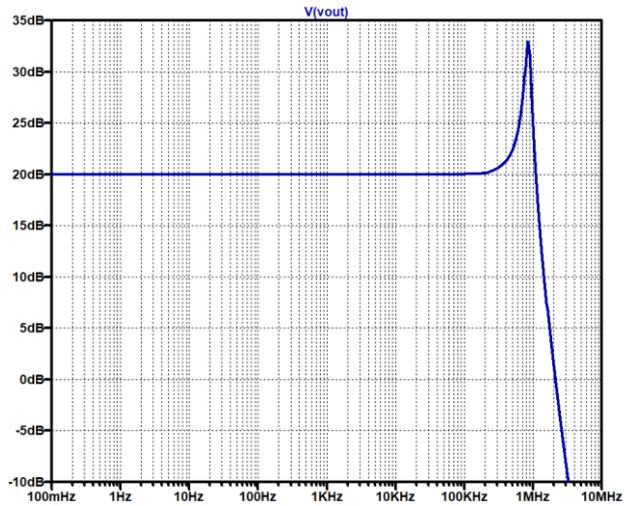


図 14. 図 13 のシミュレーション結果。大きなゲイン・ピークが観測された

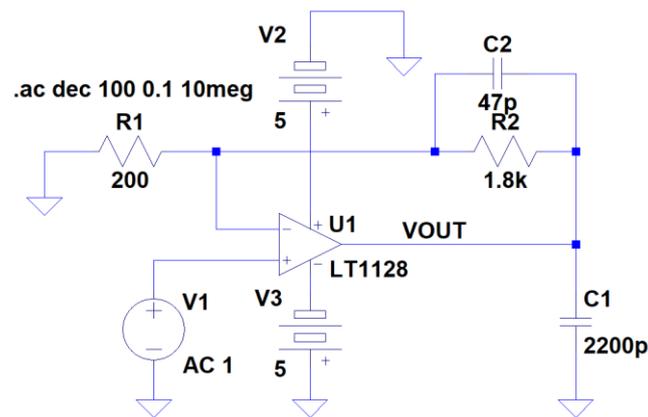


図 13. LT1128 に 2200pF を接続した回路の周波数特性を求めてみる LTspice のシミュレーション回路

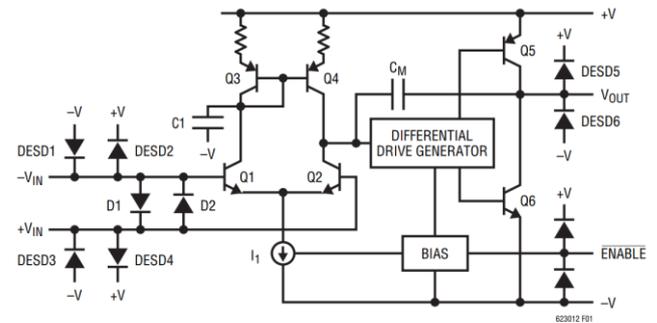


Figure 1. Simplified Schematic

図 15. エミッタ出力構造の OP アンプ LT6231 の簡易等価回路

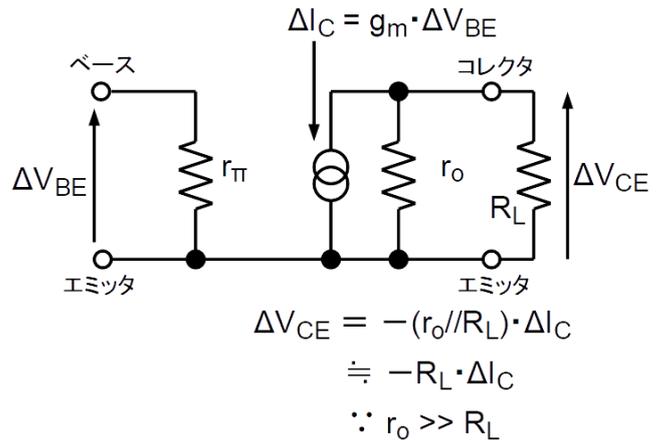


図 16. トランジスタの等価回路から出力で得られる電圧ゲインを考える

## レール・ツー・レール出力の OP アンプは出力インピーダンスが高めなので電圧注入法では誤差が増大しやすい

ここまでエミッタ出力構造（これを一般的には「コレクタ接地回路」と言いますが、読者の皆様の混乱を避けるため、「エミッタ出力構造」として示していきます）の OP アンプ LT1128 を例としました。いっぽうコレクタ出力構造（同じく一般的には「エミッタ接地回路」と言いますが、「コレクタ出力構造」として示していきます）となっているレール・ツー・レール出力の OP アンプでは、出力インピーダンス  $Z_{OUT}$  が高くなることから、十分な注意が必要です。図 15 はエミッタ出力構造の OP アンプ LT6231 のデータシートから抜粋した簡易等価回路です。LT6231 も概要を以下にご紹介しておきましょう。

LT6231 215MHz、レール・トゥ・レール出力、1.1nV/√Hz、3.5mA オペアンプ・ファミリ

<https://www.analog.com/jp/LT6231>

### 【概要】

LT6230 /LT6231/LT6232 は、1.1nV/√Hz のノイズ電圧とわずか 3.5mA の消費電流（アンプ 1 個当たり）を特長とする、シングル/デュアル/クワッド、低ノイズ、レール・トゥ・レール出力、ユニティゲイン安定オペアンプです。ノイズと消費電流が非常に低く、利得帯域幅積が 215MHz、スルーレートが 70V/μs で、低電源電圧信号調整システムに最適化されています。

レール・ツー・レール出力の OP アンプは回路テクニックにより、高域で出力インピーダンスが低減するように内部回路が構成されている場合も多いのですが、トランジスタのコレクタ出力はインピーダンスが高いという、トランジスタ自体の素養は、OP アンプという機能ブロックを構成しても同じです。これでは電圧注入法でループ・ゲインを得る場合の「 $Z_{OUT} \ll Z_{FB}$ 」という関係を維持することが更に難しくなってしまいます。電圧注入法では誤差が生じてしまう可能性が高まるということです。

## レール・ツー・レール出力の OP アンプにはオープン・ループ・ゲインが変化することがある

このようすは負荷抵抗によりオープン・ループ・ゲインが変化することで見てとれます。

トランジスタ増幅回路のコレクタ出力においては、図 16 のトランジスタの等価回路のように出力段が電圧量を電流量に比例する「コンダクタンス」となる回路となり、負荷抵抗の大きさにより（コレクタから出力される電流が抵抗に流れ、抵抗で生じる電圧降下として得られる）変換電圧量が変化します。電圧入力・電圧出力として考えた場合、トランジスタ増幅回路の電圧ゲインが変化するという事です。レール・ツー・レール出力のコレクタ出力構造の OP アンプでも振る舞いは同じです。

図 17 は LT6231 の利得帯域幅と負荷抵抗の関係を表した図です（データシートからの抜粋）。ここでの負荷抵抗は「帰還抵抗もそのうちの一部である」と考えることが重要です。負荷抵抗が減少していくと（グラフの横軸で左側にいくと）オープン・ループ・ゲインが減少するため、それにより利得帯域幅が減少していきます。

また図 18 のように大信号利得特性（Large-Signal Gain）という記述もデータシートにあり、ここでも負荷抵抗によりオープン・ループ・ゲインが変化していることが分かります。

このように（あまり技術解説記事などには出てきませんが）コレクタ出力構造となっているレール・ツー・レール出力の OP アンプでは、負荷抵抗（帰還抵抗）の大きさによりオープン・ループ・ゲインが変化するものがありますので、注意が必要です。

なお LT1128 はエミッタ出力構造なので、レール・ツー・レール出力ではありませんし、このように抵抗の大きさでオープン・ループ・ゲインは変化しません。

出力に電圧源を挿入する電圧注入法で、コレクタ出力構造となっているレール・ツー・レール出力の OP アンプのループ・ゲインを求めると、その高い出力インピーダンスにより、ループ・ゲインを正しく測定できない場合が多くなります。そのため以降に示す電流注入法を併用するわけですが、そのような場合には、別のアプローチとして、OP アンプの入力端子側（入力インピーダンスが高い）に電圧源を挿入し、電圧注入法でループ・ゲインを得るシミュレーションを行うこともできます。

## Gain Bandwidth vs Resistor Load

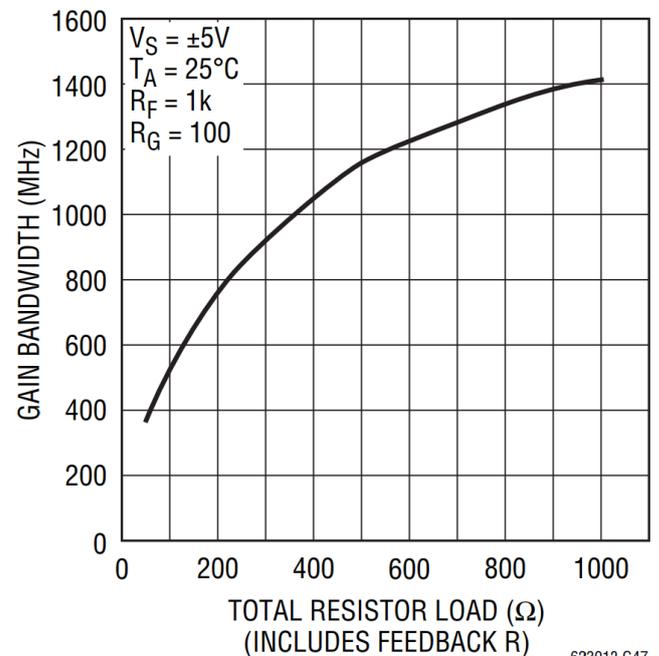


図 17. LT6231 の利得帯域幅と負荷抵抗

$A_{VOL}$	Large-Signal Gain	$V_0 = \pm 4.5V, R_L = 10k$	$V_0 = \pm 4.5V, R_L = 1k$	$V_0 = \pm 2V, R_L = 100\Omega$	
		●	●	●	100 V/mV
			●	●	27 V/mV
				●	6 V/mV

図 18. LT6231 の大信号利得特性（ $R_L$ に依存している）

## まとめと次回予告

今回と次回の技術ノートで…、と最初にお話ししたループ・ゲインの本格的測定方法ですが、今回はそのうち基本的な測定方法、そして電圧注入法の考え方としくみをご説明しました。また「 $Z_{OUT} \ll Z_{FB}$ 」という関係になっていない系でのOPアンプ増幅回路で、電圧注入法だけの測定では誤差が生じるようだという課題（疑問）を提示させていただきました。この話題が次回の後半につながっていく話題になります。

レール・ツー・レール出力のOPアンプで、負荷抵抗（帰還抵抗）の大きさによりオープン・ループ・ゲインが変化するものがあるという点も示しました。これは意外と多くの方が気にしていなかった点ではないかと思います。その一方でそれがOPアンプの安定性に関わってくるということも重要なポイントになりそうだと、これも提示させていただいた次第です。

次回はここまでの議論を基礎として、Middlebrook法を使って本格的なループ・ゲインの測定方法に踏み込んでみたいと思います。

## 参考文献

- [1] R. D. Middlebrook; Measurement of Loop Gain in Feedback Systems, International Journal of Electronics, Vol. 38, Issue 4, pp. 485-512, 1975.
- [2] Harold S. Black; Inventing the negative feedback amplifier, IEEE Spectrum, pp.55-60, Dec. 1977.
- [3] チョちゃんに叱られる!, NHK, <http://www4.nhk.or.jp/chikochan/>
- [4] <https://en.wikipedia.org/wiki/Feedback>
- [5] H.S. Black; Stabilized feed-back amplifiers, Electrical Engineering, Vol. 53, pp. 114-120, January 1934.
- [6] IEEE Xplore Digital Library, <https://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>
- [7] Bernard Friedland; Introduction to “Stabilized Feed-Back Amplifiers”, Proceedings of the IEEE, Vol. 87, No. 2, Feb. 1999.
- [8] 石井 聡; OP アンプの開ループ・シミュレーション, 一緒に学ぼう！石井聡の回路設計 WEB ラボ, TNJ-002, Analog Devices
- [9] 石井 聡; SPICE ツールで適切な周波数特性と異常発振しないOPアンプ回路を実現する【基礎編】, WCJ-002, Analog Devices
- [10] 石井 聡; SPICE ツールで適切な周波数特性と異常発振しないOPアンプ回路を実現する【実践編】, WCJ-003, Analog Devices